

Всероссийская олимпиада школьников по математике

10 класс, школьный этап, 2019/20 год

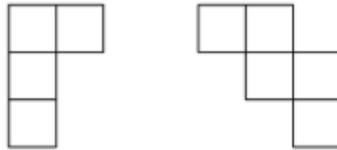
1. Двое рабочих за два часа вырыли траншею. При этом первый рабочий устал и начал работать втрое медленней, а второй рабочий раззадорился и начал работать втрое быстрее, так что на прокладку второй такой траншеи у них ушёл один час. Во сколько раз производительность второго превосходила производительность первого изначально?

3 балла

2. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза больше другого. Разрежьте его на 5 равных треугольников.

3. Над девятизначным числом разрешается производить следующее действие: любую цифру числа можно заменить на последнюю цифру суммы цифр этого числа. Можно ли с помощью таких действий из числа 133355555 получить число 123456789?

4. Квадрат 6×6 разрезали на четырёхклеточные и пятиклеточные фигуры, равные показанным на рисунке (обе фигуры участвуют в разрезании). Сколько каких фигур было использовано?



4 четырёхклеточные и 4 пятиклеточные

5. Внутри квадрата $ABCD$ отмечены точки K и M (точка M находится внутри треугольника ABD , точка K — внутри BMC) так, что треугольники BAM и DKM равны ($AM = KM$, $BM = MD$, $AB = KD$). Найдите $\angle KCM$, если $\angle AMB = 100^\circ$.

3 балла

6. Даны квадратные трёхчлены $x^2 + ax + b$, $x^2 + cx + d$ и $x^2 + ex + f$. Оказалось, что любые два из них имеют общий корень, но все три общего корня не имеют. Докажите, что выполнены ровно два неравенства из следующих трёх:

$$\frac{a^2 + c^2 - e^2}{4} > b + d - f,$$

$$\frac{c^2 + e^2 - a^2}{4} > d + f - b,$$

$$\frac{e^2 + a^2 - c^2}{4} > f + b - d.$$