

Всероссийская олимпиада школьников по математике

11 класс, муниципальный этап, 2018/19 год

1. Число 890 обладает таким свойством: изменив любую его цифру на 1 (увеличив или уменьшив), можно получить число, кратное 11. Найдите наименьшее трехзначное число, обладающее таким же свойством.

2. Известно, что $ab < 0$. Докажите, что

$$a^2 + b^2 + c^2 > 2ab + 2bc + 2ca.$$

3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sin x \cos y = \sin z, \\ \cos x \sin y = \cos z, \end{cases}$$

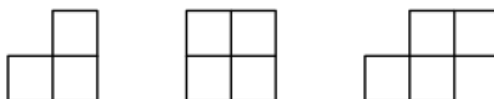
если числа x , y и z лежат на отрезке $[0; \frac{\pi}{2}]$.

$$\left(0; \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$$

4. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность, $BC = CD$, $AC = c$, $\angle BAD = 2\alpha$. Найдите площадь этого четырехугольника.

$$c^2 \sin 2\alpha$$

5. Клетчатую доску размером 7×7 склеили, используя фигурки трех видов (см. рисунок), не обязательно все. Сколько могло быть использовано фигурок, составленных из четырех клеток?



6. Дан тетраэдр $ABCD$, все грани которого являются подобными прямоугольными треугольниками с острыми углами при вершинах A и B . Ребро AB равно 1. Найдите длину наименьшего ребра тетраэдра.

$$\frac{1}{\sqrt{2}}$$