

Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

9 класс, 2024 год

1. Решите неравенство:

$$\sqrt{3x+2} - \sqrt{2x^2+x-1} \geq 2x^2 - 2x - 3.$$

$$\left[\frac{2}{2\sqrt{+1}}; \frac{2}{1} \right]$$

2. В треугольнике MNK на стороне MN взята точка P так, что $MP : PN = 2 : 3$, а на стороне NK отмечена точка Q так, что $NQ : QK = 4 : 5$. Прямые KP , MQ пересекаются в точке O . Найти площадь треугольника KOQ , если известно, что площадь треугольника MOP равна 48.

$$125 \text{ кв. ед.}$$

3. Туристической группе из четырёх человек (Риты, Виктора, Ангелины Павловны и Валерия Сергеевича) нужно преодолеть сложную переправу. По технике безопасности на переправе нужно обязательно находиться в каске. Но на всю группу имеются только две каски. Если переправу переходят два человека, то они двигаются со скоростью того, кто идёт медленнее. Известно, что Виктор преодолевает переправу за 3 минуты, Рита — за 5 минут, Валерий Сергеевич за — 10 минут, а Ангелина Павловна — за 15 минут. За какое наименьшее время данная туристическая группа может преодолеть переправу при данных условиях. Алгоритм перехода опишите. Ответ обоснуйте.

$$33 \text{ минут}$$

4. При каких значениях параметра a уравнение $(x+2) \cdot (x+4) \cdot (x+9) \cdot (x+18) = a \cdot x^2$ имеет ровно два различных решения.

$$(008;8) \cap \left\{ \frac{1}{67} - \right\}$$

5. Последовательность величин углов при вершинах A , B , C в остроугольном треугольнике ABC образует в данном порядке возрастающую арифметическую прогрессию. Пусть D , E — точки пересечения его высот и биссектрис, соответственно. Величины углов при вершинах в треугольнике BDE образует в некотором порядке возрастающую арифметическую прогрессию. Найдите градусную величину угла A в треугольнике ABC .

$$40$$

6. На конкурсе проектов участвовало 10 команд. Жюри, в состав которого входили председатель и еще 7 человек, оценивали эти проекты и присуждали им места с 1 по 10 по своему усмотрению каждый по следующему принципу. Сначала проекту присуждал место председатель, а затем каждый из членов жюри мог присудить такое место этому проекту в своем списке, которое отличается от мест других членов и председателя не более, чем на три. Победителем признается проект, у которого наименьшая сумма мест, поставленная каждым из восьми членов жюри, включая председателя. Если наименьшая сумма мест у двух или более участников, то победитель определяется особым порядком. Известно, что победитель набрал наибольшую из возможных сумм, а особый порядок присуждения первого места не понадобился. Какая сумма мест была у победителя?

20