

## Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

8 класс, 2024 год

1. В городе  $N$  ателье «Волшебный стежок», «Швейный блюз», «Шитьё с душой» и «Тканевые сны» распределяют 20 городских заказов. Каждое ателье хочет забрать наибольшее количество заказов. Ателье перечислены в порядке убывания числа работников и швейных мощностей. Правила обсуждения распределения заказов такие: сначала самое крупное ателье предлагает свой вариант. Если больше половины всех ателье этот вариант отвергают, то второе по мощности ателье вносит свое предложение (первое ателье никакого участия в дальнейшем распределении заказов не принимает и заказов не получает). Если новое предложение отвергается большинством голосов, то предлагавшее его ателье также отстраняется от обсуждения, и процедура повторяется для оставшихся двух ателье. Каким в итоге будет распределение заказов, если каждое ателье предпочитает то, в котором доля его заказов больше? (Решение предполагает рассмотрение всех случаев и обоснования).

(0'1'0'6Г)

2. Решите уравнение

$$1 - |x - 2|^2 - (2 - x)^2 (1 - (x - 2)^2) = (x^2 - 4x + 4)^2.$$

 $\frac{x^2}{1} \mp z = x$ 

3. В остроугольном треугольнике  $ABC$  точка  $H$  — точка пересечения высот, точка  $O$  — центр вписанной окружности. Угол  $AHB$  в  $k$  раз больше угла  $AOB$ . Найдите величину угла  $ACB$ . Какие значения может принимать коэффициент  $k$ ?

 $z > y > 0, \frac{y+z}{(y-z) \cdot 0.81} = \angle OVB$ 

4. При каких значениях параметра  $a$  фигура, ограниченная функциями  $y = a^2 - \frac{1}{5} - |x|$  и  $5y - x = -9$  имеет наименьшую площадь? Найдите эту наименьшую площадь.

 $\frac{x}{8} \text{ чл'епопн } '0 = v$ 

5. В треугольнике  $ABC$   $AA_1$  и  $CC_1$  — высоты. Точка  $M$  — середина стороны  $AB$ . Точка  $K \in AA_1$  и делит её в отношении  $1 : 2$ , считая от точки  $A$ . Найдите длину стороны  $AC$ , если длина отрезка  $A_1C_1 = 5$  и  $\angle A_1MK = 90^\circ$ .

0Г

6. Малое предприятие производит комплекты пластиковых деталей и датчиков для измерительных приборов. В затраты на один комплект входит стоимость материалов, ежедневно закупаемых у фирмы-поставщика. Первого числа некоторого месяца эта стоимость составляла 1,975 тысяч рублей. В связи с сезонным снижением цен стоимость материалов уменьшается каждый день в течение месяца на одну и ту же величину по сравнению с предыдущим днем. Так, седьмого числа стоимость материалов будет 1,675 тысяч рублей. Стоимость одного комплекта равна стоимости материалов в данный день, умноженной на коэффициент  $k$ , (с помощью

которого учитываются расходы на оплату труда работников, а также затраты на упаковку, этикетки, цены на которые зависят от валютного курса). В течение месяца можно считать, что  $k(t) = 1 + 0,1t$ , где  $t$  — номер дня. Партия состоит из 40 комплектов, стоимость партии рассчитывается по ценам текущего дня. При оформлении заказа стоимость партии увеличивается на 20%.

Для информирования заказчиков необходимо ответить на вопрос: в какой из 30 дней месяца стоимость партии будет наибольшей с учетом оформления заказа и чему она равна?

15 день, 153 илькчл 151 15