

Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

8 класс, 2023 год

1. Решите уравнение

$$\frac{\sqrt{-x + 4 - \frac{4}{x}}}{|2x^2 - 6 - x|} = \frac{1}{7\sqrt{-x}}.$$

2. При каких значениях параметра a уравнение $\frac{x^2 - x + a - a^2}{x - 2} = 0$ имеет два различных решения?3. В прямоугольном треугольнике с острым углом, равным 45° , прямая, параллельная гипотенузе, отсекает от треугольника равнобедренную трапецию, которая делится своими диагоналями на четыре равнобедренных треугольника. Найдите угол между диагоналями трапеции.4. При каких значениях параметра a уравнение $|x - 2 + |2x + 2|| = a$ имеет нечетное количество решений?5. В равнобедренной трапеции $ABCD$, $AD \parallel BC$, AD больше BC , на стороне DC взяли точку M и провели через нее прямую, параллельную AB , до пересечения с AD в точке N так, что $CM : AN = 2 : 3$. Площадь полученного отсеченного треугольника $DMNN$ оказалась равной $8\sqrt{2}$. Найти площадь трапеции $ABCD$, если $BC = 5$ и $BM = AN$.6. В ящике находятся катушки индуктивности двух типов — первый тип содержит 250 витков, а второй 500 витков. Остальные параметры катушек одинаковы. Для изготовления одной катушки на цилиндрический каркас массой 200 г, имеющий диаметр $D = 20$ мм и длину $L = 50$ мм плотно, виток к витку, в несколько слоев наматывают медную проволоку диаметром $d = 1$ мм. Стоимость катушки с намотанной проволокой первого типа составляет 4000 рублей, а второго 6000 рублей. Если округлить массу каждой катушки с намотанной проволокой в граммах до десятков, то общий вес изделий будет равен 9180 граммов. Определите максимальную и минимальную стоимость находящихся в ящике изделий. Считать, что плотность меди равна 10^{-2} г/мм³ и число $\pi = 3$.(Справочные данные: объем цилиндра $V = \pi r^2 h$, площадь боковой поверхности цилиндра $S = 2\pi r h$, где r — радиус основания, h — высота цилиндра.)