

## Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

## 9 класс, 2022 год, вариант 2

1. Решите неравенство:

$$2\sqrt{(4x-9)^2} + \sqrt[4]{\sqrt{3x^2+6x+7} + \sqrt{5x^2+10x+14} + x^2+2x-4} \leq 18-8x.$$

2. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AK$  и  $CL$ . Известно, что  $LK = 12$  и  $\angle ABC = 60^\circ$ . Найти радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ .

3. Мешок Деда Мороза вмещает ровно 160 подарков для мальчиков или ровно 120 подарков для девочек. Подарки состоят из конфет. Если мешок заполнить таким образом, что суммарное число конфет в подарках для мальчиков было равно общему числу конфет в подарках для девочек, то всего в мешке будет 140 подарков и в них 4320 конфет. На сколько больше конфет было в подарке для девочек, чем в подарке для мальчиков?

4. Найти все значения параметра  $a$ , при которых уравнение

$$(a + x^2 - x + 2)^2 = 4a(ax^2 + x^2 - x + 2)$$

имеет единственное решение.

5. На боковых сторонах  $AB$  и  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  наружу построены равнобедренные прямоугольные треугольники  $ABD$  и  $BCF$  с катетами, равными соответствующим сторонам  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$ . Прямые  $FB$  и  $DC$  пересекаются в точке  $M$ , а  $FA$  и  $BC$  — в точке  $N$ . Найдите градусную меру  $\angle BMN$ .

6. В квадрате  $6 \times 6$  расставили цифры так, что в верхней строке и левом столбце нет нулей. Всего получилось 12 шестизначных чисел: 6 из горизонтальных строк квадрата (слева-направо) и 6 из вертикальных столбцов квадрата (сверху-вниз). Коля, Вадим и Костя запомнили их, но оказалось, что каждый пропустил одно из 12 чисел. Коля заметил, что каждое из его одиннадцати чисел, делится на 11, Вадим обнаружил, что все его одиннадцать чисел делятся на 7, а Костя нашел у своих одиннадцати чисел общий делитель 13. Исходный квадрат они потеряли, а числа забыли, но им показалось, что где-то среди 12 чисел была комбинация цифр подряд 2021. Могло ли такое быть? Ответ обоснуйте.