

Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

9 класс, 2020 год, вариант 1

1. Решите неравенство:

$$\frac{\sqrt{x+3} + \sqrt[4]{9-x} - \sqrt{3}}{x^2 - 16} \leq 0.$$

2. Найдите площадь выпуклого четырёхугольника, имеющего равные диагонали, если длины отрезков, соединяющих середины его противоположных сторон, равны 13 и 7.

3. В коробке 22 красных и 25 синих шарика. Их распределили по двум коробкам: в первой должно получиться 24 шарика, а во второй — 23. После распределения посчитали процент синих шариков в каждой коробке и полученные числа сложили. Каким должно быть распределение синих шариков по коробкам, чтобы полученная сумма была наибольшей?

4. При каких значениях параметра a уравнение

$$(a+1)(|x-2,3|-1)^2 - 2(a-3)(|x-2,3|-1) + a-1 = 0$$

имеет ровно два различных решения?

5. Дан вписанный четырёхугольник $ABCD$. Лучи AB и DC пересекаются в точке E , а лучи DA и CB — в точке F . Луч BA пересекает описанную вокруг треугольника DEF окружность в точке L , а луч BC пересекает ту же окружность в точке K . Длина отрезка LK равна 5, $\angle EBC = 15^\circ$. Найти радиус окружности, описанной около треугольника EFK .

6. Существуют ли пять попарно различных целых чисел таких, что сумма любых четырех из них была бы квадратом натурального числа?