

## Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

## 9 класс, 2019 год, вариант 2

1. Решите неравенство:

$$\left( \frac{1}{x^2 + 2x + 2} + \frac{1}{|x + 2|} \right) (x^2 + 2x + 2 + |x + 2|) \leq \sqrt{15 - 2x - x^2}.$$

2. В трапеции  $ABCD$  точки  $K, N, M$  принадлежат отрезку  $BC$ ,  $BK = KN = MC = 1$ , а точки  $L, O, P, Q$  принадлежат отрезку  $AD$ ,  $AL = LO = PO = QP = QD = 3$ . Прямые  $BC$  и  $AD$  параллельны. Точка  $K$  соединена с точками  $A, L, O, P, Q, D$ . Точка  $L$  соединена с точками  $B, K, N, M, C$ . Докажите, что точки пересечения прямых  $BL$  и  $AK$ ,  $KO$  и  $LN$ ,  $KQ$  и  $LC$  лежат на одной прямой. Найдите длину отрезка этой прямой между боковыми сторонами трапеции.

3. ООО «Ромашка» выделил 100 тыс. рублей на обновление формы для вахтёров, причём они рассчитывали потратить не более 13,7 тыс. рублей за один комплект. Когда они обратились к производителю, то оказалось, что стоимость одного комплекта меньше предполагаемой на столько рублей, сколько комплектов одежды нужно приобрести, при этом, при покупке нужного количества комплектов формы предприятие получает наименьший остаток от общей суммы выделенных денег. Определите количество комплектов при таких условиях. Какова цена одного комплекта?

4. Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} (x + 2)^2 + (a - 3)^2 \leq 9, \\ 6 - a \geq (x + 2)^2, \\ a + x \leq 2 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение, и указать решения системы для каждого значения  $a$ .

5. В прямоугольной трапеции  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ) угол  $A$  равен  $60^\circ$ . На стороне  $CD$  выбирается точка  $K$  так, что  $\angle BKC = 30^\circ$ , при этом  $AD = CD$ . Прямая  $BN$  пересекает сторону  $CD$  в точке  $N$ , а отрезки  $AK$  и  $BN$  пересекаются в точке  $P$ . Найдите величину угла  $DPB$  в градусах, если  $KN : ND = 2 \sin \angle BDC$ .

6. Ксюша, Ваня и Вася решили пойти в кино. Они договорились встретиться на автобусной остановке, но не знают, кто во сколько придёт. Каждый из них может прийти в случайный момент времени с 14.00 до 15.00. Вася самый терпеливый: если он придёт и на остановке не будет ни Ксюши, ни Вани, то он будет ждать кого-нибудь из них 20 минут, и если никого не дождётся, то пойдёт в кино один. Ваня менее терпеливый: он будет ждать лишь 10 минут. Ксюша самая нетерпеливая: она вообще не будет ждать. Однако если Ваня и Вася встретятся, то они будут ждать Ксюшу до 15.00. Определить вероятность того, что в кино они пойдут все вместе.