

## Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

## 10 класс, 2019 год, вариант 1

1. Девочки мелом нарисовали на асфальте 7 прямых, параллельных бордюру. Мальчики пририсовали 5 параллельных между собой прямых, каждая из которых пересекает все прямые, нарисованные девочками. Сколько всего параллелограммов получилось при пересечении этих прямых?

2. Дан многочлен  $P(x) = \frac{1}{16} (4x^5 - x^3 + 1)^3 (x^4 - x + 2)$ . Найдите все натуральные решения уравнения  $Ax + By = 37$ , где  $A$  — сумма коэффициентов многочлена  $P(x)$ , стоящих при четных степенях  $x$ ,  $B$  — сумма коэффициентов многочлена  $P(x)$ , стоящих при нечетных степенях  $x$ .

3. Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 + 6x + 4} - \sqrt{2x^2 + 3x + 5} = \sqrt{3x^2 + 4x + 1} - \sqrt{2x^2 + 5x + 8}.$$

4. Решите неравенство

$$\frac{(|5 - x^2| - 4)(9x^2 + \sqrt{9x^2 - 1} - 1)}{(|x - 1| - |7 + x|)\sqrt{x^2 - 2x + 1}} \geq 0.$$

5. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение

$$\frac{2 - 2a(1 - x)}{|x| + x} = \sqrt{1 - a + ax}$$

имеет хотя бы одно решение. Укажите эти решения для всякого найденного значения  $a$ .

6. Окружность с центром  $O_1$  радиуса 2 вписана в треугольник  $ABC$ . Вторая окружность с центром  $O_2$  радиуса 4 касается продолжения сторон  $AB$  и  $AC$ , а также стороны  $BC$ . Найдите площадь треугольника  $O_1BO_2$ , если величина угла  $ACB$  равна  $120^\circ$ .