

Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

8 класс, 2018 год, вариант 2

1. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + 2y + 1 = 0, \\ y^2 + 2z + 1 = 0, \\ z^2 + 2x + 1 = 0. \end{cases}$$

2. В вершинах куба расставлены последовательные нечетные натуральные числа от 1 до 15. На каждой грани записана сумма чисел, расставленных в ее вершинах. Может ли оказаться так, что на гранях записано шесть последовательных четных чисел? Ответ обоснуйте.

3. Найдите двузначное число \overline{xy} , квадрат суммы цифр которого на 8 больше суммы произведения цифр числа и квадрата единиц этого числа, увеличенной в 7 раз.

4. В одной коробке лежат два ботинка 42 размера, в другой — два ботинка 43 размера, а в третьей — один ботинок 42, а другой 43 размера. Каждая коробка подписана (указан размер 42, 43 или 42–43), но надпись неправильно указывает содержимое коробки. Неверная информация написана на всех коробках. Из какой коробки, не глядя, надо вынуть ботинок, чтобы можно было определить содержимое каждой коробки?

5. При каких целых значениях параметра a выражение $\frac{x_1+x_2-2x_1x_2}{x_1x_2}$ принимает целые значения, если x_1 и x_2 — различные корни уравнения

$$(a-3)x^2 - 12x + a - 11 = 0?$$

6. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) биссектрисы BD и AF пересекаются в точке O . Площади треугольников DOA и BOF относятся как 3 : 8. Найдите отношение $AC : AB$.