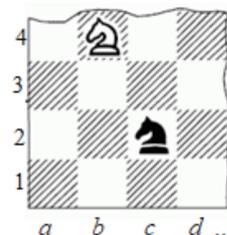


Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

11 класс, 2018 год, вариант 1

1. Сколькими способами можно расставить на шахматной доске, состоящей из 10×10 клеток двух коней — белого и черного так, чтобы они угрожали друг другу? (Конь ходит буквой «Г», т. е. он может пойти на одно из полей, ближайших к тому, на котором он стоит, но не на той же самой горизонтали, вертикали или диагонали).



2. Решите неравенство

$$\frac{(|x - 5| - |x - 1|) \log_4(6 - x)}{(9^x - 12 \cdot 3^x + 27) \log_3 x} \leq 0.$$

3. Окружность радиуса 1 касается сторон AB и BC треугольника ABC , а окружность радиуса 3 внешним образом касается первой окружности и сторон AC и BC треугольника ABC . Общая касательная к этим окружностям, не содержащая сторону BC , пересекает отрезки AB и AC в точках M и N соответственно. Найдите длины сторон треугольника ABC , если $\angle AMN = 30^\circ$, $\angle ANM = 90^\circ$.

4. На произвольной параболе даны точки A и B . Точка C выбрана на дуге параболы между A и B , так, что треугольник ABC имеет максимальную площадь. Прямая, проходящая через точку C параллельно оси симметрии параболы, пересекает отрезок AB в точке M . Найдите отношение $AM : MB$

5. Укажите все значения a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} \log_{|x-1|}(ax) = 2 \log_{|x-1|}(x + y), \\ 3 - x = \sqrt{x^2 - 6x + y + 8} \end{cases}$$

имеет единственное решение, и найдите это решение при каждом a .

6. Найдите площадь сечения правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью, которая параллельна диагонали AC_1 боковой грани AA_1C_1C , проходит через середину стороны AB основания ABC и точку M , лежащую на стороне B_1C_1 , если $MC_1 = 3B_1M$, расстояние между AC_1 и секущей плоскостью равно 3, а сторона основания призмы равна $2\sqrt{14}$.