

Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

8 класс, 2017 год

1. Докажите, что при любом натуральном n , $n^2 + 8n + 15$ не делится на $n + 4$.
2. Дан остроугольный треугольник ABC ($AB = BC$) и $BC = 12$. $AN \perp BC$. На боковой стороне BC , отмечена точка M (M лежит между B и N) так, что $AN = MN$ и $\angle BAM = \angle NAC$. Найти BN .
3. Робот-уборщик движется с постоянной скоростью и запрограммирован так, что через каждые 15 секунд поворачивает на 90 градусов, а между поворотами движется по прямой линии. Можно ли ожидать появления робота в исходной точке через 6 минут?
4. Обозначим $\min(a; c)$ наименьшее из чисел a и c . Постройте график функции

$$y = \min(x + 2; x^2 - 6x + 8),$$

и с его помощью решите неравенство $\min(x + 2; x^2 - 6x + 8) \geq 0$.

Указание. Если при каких-то значениях аргумента x значения a и c совпадают, включаем в график функции любой из них.

5. Найдите вид всех квадратных трехчленов $y(x) = ax^2 + bx + k$, где a, b, k — заданные постоянные, таких, что для всех значений x выполняется условие $y(0,01x + 1) = y(-0,01x)$.
6. Докажите, что выражение $a^5 + 3ba^4 - 5a^3b^2 - 15a^2b^3 + 4ab^4 + 12b^5$ не равно 55 ни при каких целых значениях a и b .