

Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

10 класс, 2017 год

1. Вычислить $x^3 + 3x$, где $x = \sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}}}$.

2. На автобазе имеется в наличии 5 красных, 6 синих и 5 желтых автобусов. Случайным образом составляется колонна из 7 автобусов. Какова вероятность, что первым в колонне будет красный автобус, а среди остальных нет красных, но зато ровно 4 синих?

3. Найти сумму квадратов корней уравнения:

$$(x^2 + 4x)^2 - 2016(x^2 + 4x) + 2017 = 0.$$

4. На окружности с равными интервалами расположены 5 точек A, B, C, D и E . Даны два вектора $\overrightarrow{DA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DB} = \vec{b}$. Выразите вектор \overrightarrow{EC} через \vec{a} и \vec{b} .

5. Найти все значения параметров a, b и c , при которых множество действительных корней уравнения $x^5 + 4x^4 + ax^2 = bx + 4c$ состоит ровно из двух чисел 2 и -2 .

6. В прямоугольном треугольнике ABC : $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 6$, $BC = 4$. На прямой BC отмечается такая точка D ($CD > BD$), что $\angle ADC = 45^\circ$. На прямой AD отмечается такая точка E , что периметр треугольника CBE — наименьший из возможных. Затем, на прямой DC отмечается такая точка F , что периметр треугольника AFE — наименьший из возможных. Найти CF .