

Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

8 класс, 2016 год

1. Для некоторых целых чисел x и y число $3x + 2y$ делится на 29. Делится ли число $23x + 25y$ на 29?
2. Винни-Пух и Пятачок начинают бегать вокруг круглого пруда, находясь на диаметрально противоположных берегах. После 10 мин бега Пятачок в третий раз обогнал Винни-Пуха. Через сколько времени он обгонит Винни Пуха в четвертый раз?
3. Когда катер проплывал по реке мимо городской пристани, от него отвязался спасательный круг. Пропажа была замечена капитаном только через 15 минут. Повернув назад, он догнал потерю в 250 метрах от пристани. Найти скорость течения реки. Ответ дать в км/час.
4. В параллелограмме $ABCD$ точка M середина BC , AM пересекается с BD в точке O . В треугольнике $A_1B_1C_1$ медиана A_1M_1 и биссектриса B_1D_1 пересекаются в точке O_1 под углом 90 градусов. Найти отношение площадей полученных четырехугольников $OMCD$ и $O_1M_1C_1D_1$, при условии, что площади треугольника $A_1B_1C_1$ и параллелограмма $ABCD$ равны.
5. Построить график функции $y = f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} 2(1 - |x - 3|), & -4 \leq x < 4, \\ x^2 - 12x + 32, & -4 < x < 6, \\ \frac{(3x - 24)(x - 11)}{x - 8} + 11, & 6 < x < 10, \\ \frac{34 - 3x}{x - 11}, & 10 < x < 11. \end{cases}$$

1. Указать область значения и область определения функции.
2. Написать уравнения всех прямых, проходящих через точку $A(-4; -4)$ и имеющих с графиком функции единственную общую точку.
6. Каждая диагональ выпуклого пятиугольника отсекает от него треугольник площадь которого равна $2/7$. Найти площадь пятиугольника.