

Олимпиада САММАТ

8 класс, 2023 год

1. Рассмотрим три самых маленьких простых числа: 2, 3 и 5. Сколько существует различных трехзначных чисел, которые делятся без остатка на любые два из этих простых чисел и не делятся на третье?

2. Установить, какое из чисел больше: $2023^{2023} + 2021^{2021}$ или $2023^{2021} + 2021^{2023}$.

3. В ромбе $ABCD$ величина угла B равна 40° , E — середина BC , F — основание перпендикуляра, опущенного из A на DE . Найдите величину угла DFC .

4. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x + y + az = 2, \\ x + ay + z = -1, \\ ax + y + z = -1. \end{cases}$$

5. Существует ли натуральное n , такое что $n^2 + n + 1$ делится на 1001?

6. Среди чисел от 1 до 500 выбрали 430. Докажите, что произведение каких-то двух делится на 35.

7. Задан отрезок a . С помощью циркуля и линейки (без масштаба измерения) построить отрезок $b = a \cdot \frac{3+\sqrt{5}}{1+\sqrt{2}}$. Все этапы построения подробно описать.

8. Решить уравнение

$$4\sqrt{x-3} - \frac{1}{16}x^2 = 3.$$

9. Найти нечетное трехзначное число, если известно, что сумма квадратов чисел сотен и единиц не превосходит удвоенного числа сотен, а квадрат числа десятков превосходит квадрат суммы чисел сотен и единиц более чем на 60.

10. Дано уравнение $x^2 + ax + 6 = 0$, x_1, x_2 — его корни, причем $x_1^2 + x_2^2 = 13$. Найти $x_1 + x_2$.