

Олимпиада «Росатом» по математике

10 класс, 2024 год

1. Бригаду, состоящую из 4 землекопов, подрядили копать яму под фундамент жилого дома, но выдали только одну лопату. Чтобы все могли заработать, договорились копать по очереди: каждый член бригады работает столько времени, сколько копали бы $1/4$ часть ямы все остальные землекопы одновременно, при наличии у всех лопат. Работа на этих условиях была выполнена полностью. Во сколько раз работа могла быть выполнена быстрее, если изначально каждому дали по лопате?

в 2 раза

2. Найдите все пары чисел $(x; y)$ в прямоугольнике $0 \leq x \leq 2\pi$, $0 \leq y \leq 1$, для которых

$$(\cos^4 x + 1) (\cos^4(xy) + 1) = 4 \cos^2 x \cos^2(xy).$$

$$(1 + \cos^2 x) (\cos^2(xy) + 1) = (1 + \cos^2(xy)) (\cos^2 x + 1)$$

3. В центре стола находятся 600 фишек, и Петя готовится играть на нем в игру под названием «Забери больше фишек». Цель игры — убрать со стола как можно больше фишек, соблюдая правило: за один ход можно убрать со стола ровно 154 фишки (или не брать ни одной), а вернуть на стол только 105 (или не возвращать ни одной). Какое наибольшее число фишек может убрать со стола Петя, соблюдая правила? Своих фишек в карманах Пети нет.

595 фишек

4. Найдите наименьшее значение числа b , при котором уравнение $x^2 + ax + a + b = 0$ имеет два решения вида $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$ для некоторого $\alpha \in [\frac{3\pi}{2}; 2\pi]$.

1 -

5. Угол при вершине B треугольника ABC равен 75° . На высоте BH выбрана точка D так, что угол ADC равен 105° . Отношение $AD : BC = 1 : \sqrt{3}$. Найдите угол при вершине C треугольника.

75°