

## Олимпиада «Росатом» по математике

9 класс, 2022 год

1. Каждое из чисел  $1, 2, \dots, 39$  встречается в квадратной табличке  $39 \times 39$  ровно 39 раз. Сумма всех чисел, расположенных выше диагонали таблицы, в 3 раза больше суммы чисел, находящихся под ней. Найти сумму чисел на диагонали.

082

2. Доказать, что сумма  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{346}$  представляет собой дробь, числитель которой делится на 347.

3. Петя написал на доске четыре числа: 5, 4, 4, 3 и сказал Васе, что это записанные в произвольном порядке сумма, разность, произведение и частное двух положительных придуманных им чисел. Вася подумал и назвал эти числа. А вы можете это сделать?

4. Заемщик и кредитор договорились, что беспроцентный кредит в 615 т. р. будет выплачиваться ежемесячно в последний день месяца. В первый месяц возвращается некоторая сумма (целое число т. р.), а в каждый последующий месяц возвращается сумма на 1 т. р. большая, чем в предыдущем месяце. На какое максимальное число месяцев мог быть выдан такой кредит и какую сумму при этом выплатил заемщик в первый месяц?

30 месяцев, 6 т. р.

5. Угол при вершине  $A$  остроугольного треугольника  $ABC$  равен  $60^\circ$ . Через вершины  $B$  и  $C$  проведены прямые, перпендикулярные сторонам  $AB$  и  $AC$  соответственно, пересекающиеся в точке  $D$ . Через вершину  $B$  проведена прямая, перпендикулярная прямой  $AD$  и пересекающая сторону  $AC$  в точке  $M$ . Длины отрезков  $MA$  и  $MC$  равны 3 и 1 соответственно. Найти длину стороны  $BC$ .

 $BC = 2\sqrt{7} - 2\sqrt{3}$