

Олимпиада «Росатом» по математике**11 класс, 2018 год, комплект 3**

1. Члены последовательности $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ удовлетворяют соотношению $a_{n+1} = 2a_n + 3$, $a_1 = a$ для любых n и целом a . При каких a число 637 является членом последовательности?
2. Найти наибольшее значение функции $y = 24\pi x / (9\pi^2 + 16x^2)$ на множестве решений уравнения $\sin x \cdot \cos 2x - 2 \cos^3 x + \cos 2x - \sin x + 2 \cos x = 1$.
3. Найти натуральное число, делящееся на 225 и имеющее 15 различных делителей.
4. На окружности совершенно случайно взяты три точки A , B и C . Найти вероятность того, что треугольник ABC тупоугольный.
5. При каких a система

$$\begin{cases} (x^2 + (y - 7)^2 - 9) ((x - 4)^2 + (y - 3)^2 - 1) = 0, \\ ax - y - 4a - 2 = 0. \end{cases}$$

6. Плоскость P пересекает боковые ребра SA , SB , SC треугольной пирамиды $SABC$ в точках M , N , K соответственно и образует угол 45° с боковой гранью SBC . Найти объем пирамиды $SABC$, если произведение ее ребер $SA \cdot SB \cdot SC = 5\sqrt{15}$, а пирамида $SMNK$ правильная.