

Олимпиада «Росатом» по математике

9 класс, 2015 год

1. Саша ехал в автобусе по улице и увидел через окно своего друга Колю, идущего по другой стороне улицы в противоположном направлении. Через две минуты автобус остановился на остановке. Саша быстро вышел из автобуса, перебежал улицу и побежал догонять Колю. Через сколько минут он догонит Колю, если он бежит в три раза быстрее, чем идет Коля и в пять раз медленнее, чем едет автобус? Время выхода из автобуса и перехода улицы не учитывать.

2. Доказать формулу «сложного корня» $\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}$ и с ее помощью вычислить величину $\left(\frac{\sqrt{13+\sqrt{48}}-1}{\sqrt{7-\sqrt{24}}+1}\right)^2$.

3. $\{a_k\}$ — арифметическая прогрессия, S_n — сумма первых n ее членов. Известно, что

$$S_m : S_n = m(m+2) : n(n+2)$$

при любых целых положительных m и n . Найти отношение $a_{2015} : a_{2014}$.

4. Найти целые x и y , для которых $x^4 - 3x^2y + 2y^2 = 35$.

5. Длины сторон параллелограмма равны 3 и 2. Биссектрисы всех его внутренних углов ограничивают на плоскости многоугольник. Найти отношение его площади к площади параллелограмма.