

Олимпиада «Росатом» по математике**10 класс, 2015 год**

1. Для каждого целого, положительного x найти наибольший общий делитель чисел $P_1(x) = x^3 + 5x^2 + 4x + 15$ и $P_2(x) = x^4 + 5x^3 + 15x + 3$.

2. Вычислить значение $\cos^2 2x$ для всех допустимых значений x , если

$$\operatorname{tg}^4 x - 4 \operatorname{tg}^2 x + 1 = 0.$$

3. Доказать, что выражение $2 \cdot 6^n - 25n^2 + 15n - 2$ делится без остатка на 125 при любом натуральном $n > 1$.

4. При каких значениях a три корня уравнения $4x^3 + 4ax^2 + (a^2 - 2a - 4)x - a^2 - 2a = 0$ могут быть пятым, седьмым и девятым членами некоторой геометрической прогрессии? Найти квадрат знаменателя этой прогрессии.

5. Острый угол треугольника ABC равен 30° . Найти максимальное возможное значение отношения $r : R$, где r и R — радиусы вписанной и описанной окружностей.