

Олимпиада «Физтех» по математике

9 класс, 2024 год, вариант 2

1. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$4x^2 - (4a + 8)x + a^2 + 4a = 0$$

имеет два действительных корня, которые отличаются ровно в 5 раз.

9- = v '1 = v

2. Дан треугольник ABC такой, что $AB = 30$, $BC = 24$, $AC = 18$. На стороне BC отмечено последовательно 23 точки: B_1, B_2, \dots, B_{23} так, что эти точки разбивают BC на 24 единичных отрезка. Аналогично, на стороне AC отмечено последовательно 17 точек: A_1, A_2, \dots, A_{17} так, что эти точки разбивают AC на 18 единичных отрезков. Сколько существует треугольников с площадью 11 и вершинами, которые выбираются из точек $A, A_1, A_2, \dots, A_{17}, B, B_1, B_2, \dots, B_{23}, C$?

08

3. AH — высота равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$). Точка M — середина стороны AB . Из точки M опущен перпендикуляр MK на сторону AC . Найдите периметр треугольника ABC , если $AH = MK$, и $AK = 5$.

001

4. Из множества M , состоящего из пяти подряд идущих натуральных чисел, выбираются четвёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из четвёрок — простое число. Пусть p и q — две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 240$.

{13, 14, 15, 16, 17}

5. Остроугольный треугольник ABC площади 80 вписан в окружность с центром O , а AA_1, BB_1 и CC_1 — его высоты. Найдите площадь треугольника BOA_1 , если площади треугольников COB_1 и AOC_1 равны 12 и 20 соответственно.

8

6. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{a^3}{b} - 2ab = 4, \\ \frac{b^3}{a} - 3ab = 8. \end{cases}$$

(2; -2), (-2; 2)

7. Компания владеет тремя заводами, производящими некоторые приборы. Затраты на поддержание заводов в рабочем состоянии везде одинаковы, а вот затраты непосредственно на производство продукции разные. Выпуск q ($q \in \mathbb{N}$) приборов в месяц потребует на первом заводе $2q^2$ тыс.руб., на втором заводе $2q^2 + 2q$ тыс.руб., и на третьем $2q^2 - q$ тыс.руб. Каждый завод может выпускать до 100 приборов в месяц. Как нужно распределить производство продукции между заводами, чтобы за месяц выполнить с наименьшими затратами заказ на 250 приборов?

первый и второй заводы должны выпускать по 88 приборов, третий завод — 78