

Олимпиада «Физтех» по математике

8 класс, 2022/23 год, онлайн-этап, попытка 4

1. Петя выбрал 110 целых чисел (среди которых могут быть равные), а Вася обнаружил, что если рассмотреть всевозможные попарные произведения Петиних чисел, то среди них найдётся ровно 2000 отрицательных. Найдите максимальное возможное число нулей среди Петиних чисел.

20

2. За круглый стол сели 20 магистров двух орденов: ордена Лжецов (они всегда лгут) и ордена Рыцарей (они всегда говорят правду). Все магистры знают, к какому из двух орденов принадлежит любой магистр, сидящий за столом. Каждый из сидящих за столом дал ответы на два вопроса: к какому ордену принадлежит его сосед слева и к какому ордену принадлежит его сосед справа. Мудрецу, который знает, что за столом есть магистры ордена Лжецов, но их меньше, чем магистров ордена Рыцарей, сообщили количество ответов «орден Рыцарей» и ответов «орден Лжецов». После этого мудрец смог точно назвать количество магистров из ордена Рыцарей. Какое наибольшее количество ответов «орден Лжецов» могло быть получено?

98

3. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle B = 90^\circ$) проведены биссектрисы BD и CE . Оказалось, что $BE + CD = BC$, а $AB = 10$. Найдите AC .

20

4. Для функции $f(x) = [x] + [2x] + [3x] + [4x]$ на отрезке $x \in [0, 102]$ найдите количество различных значений, кратных трём.

Здесь $[x]$ обозначает целую часть числа x — наибольшее целое число, не превосходящее x . Например, $[1,7] = 1$, $[-1,7] = -2$.

205

5. У Оли есть конфеты 8 сортов. Она хочет выложить конфеты по кругу так, чтобы для любых двух различных сортов нашлись рядом лежащие конфеты этих сортов. Какого наименьшего количества конфет ей для этого хватит?

28