

Олимпиада «Физтех» по математике

9 класс, 2022/23 год, онлайн-этап, попытка 2

1. Известно, что число $3x - 11y$ делится без остатка на число 130. Сколько различных остатков может давать число $4x + 20y$ при делении на число 130, если известно, что x и y — целые?

2. Точка F лежит на катете KP прямоугольного треугольника KPM , периметр которого равен 45. Окружность радиуса 5 с центром в точке F касается гипотенузы PM и катета KM . Найдите все возможные значения KM . Если их несколько, запишите в ответе их сумму.

272

3. По шоссе в обоих направлениях с одинаковыми интервалами ходят рейсовые автобусы (скорости движения автобусов одинаковы). Человек бежит по обочине шоссе со скоростью 10 км/ч и замечает, что автобусы навстречу попадают через каждые $\frac{297}{64}$ километра пути, а автобусы, едущие в том же направлении, в котором он бежит, обгоняют его каждые 40,5 минут. Определите интервал движения автобусов. Ответ выразите в минутах. Считаем, что человек и автобусы движутся равномерно.

33

4. Задана функция $f(x)$ такая, что $f(0) = 29\,892\,109$, а для любого натурального значения k справедливо равенство $f(0) + f(1) + \dots + f(k) = (k + 1)(3k + 1)f(k)$. Найдите $f(2021)$.

3,25

5. За круглый стол сели 165 магистров двух орденов: ордена Лжецов (они всегда лгут) и ордена Рыцарей (они всегда говорят правду). Хотя бы по одному магистру из каждого ордена есть. Какое наибольшее число из сидящих за столом могло сказать: «Через 5 человек от меня есть магистр из ордена Рыцарей»?