

## Олимпиада «Физтех» по математике

11 класс, 2022/23 год, онлайн-этап, попытка 2

1. По шоссе в обоих направлениях с одинаковыми интервалами ходят рейсовые автобусы (скорости движения автобусов одинаковы). Пешеход идёт по обочине шоссе со скоростью 6 км/ч и замечает, что автобусы навстречу попадают через каждые 2,8 километра, а автобусы, едущие в том же направлении, в котором он идёт, обгоняют его каждые 34,72 минуты. Определите скорость движения автобусов. Ответ выразите в километрах в час. Считаем, что человек и автобусы движутся равномерно.

99

2. Решите уравнение

$$2\sqrt[3]{x+2} - 2\sqrt[3]{x-4} = 3\sqrt[6]{x^2 - 2x - 8}.$$

Найдите сумму всех корней уравнения. При необходимости ответ округлите до трёх знаков после запятой.

7

3. Окружность проходит через вершины  $A$  и  $B$  прямоугольного треугольника  $ABC$  ( $\angle C = 90^\circ$ ), а также через точку  $L$  пересечения стороны  $BC$  с биссектрисой  $AL$ . Катет  $AC$  точкой пересечения  $N$  с окружностью оказался разделён на два отрезка:  $AN = 4$ ,  $NC = 8$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ . При необходимости округлите ответ до двух знаков после запятой.

96

4. Последовательность  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  такова, что  $a_1 = 8\,866\,411$ , а для любого натурального значения  $n$  справедливо соотношение

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{n(3n-2)(3n+5)a_n}{8}.$$

Найдите  $a_{508}$ .

200

5. Длина круговой дорожки стадиона равна 400 метров. В разных местах дорожки стоят 13 спортсменов. При этом им разрешается бежать по дорожке только против часовой стрелки. Спортсмены хотят собраться в одном месте дорожки, пробежав суммарно не более  $S$  метров. При каком наименьшем  $S$  они гарантированно могут это сделать?

2400