

Олимпиада «Физтех» по математике

11 класс, 2022/23 год, онлайн-этап, попытка 1

1. Вера написала на доске восьмизначное число. Надя переставила три первые его цифры в конец и написала полученное восьмизначное число на доске (например, если Вера написала 12345678, то Надя написала 45678123). Люба сложила два написанных на доске числа. Сколько различных чисел из отрезка $[23100000; 23100140]$ могло получиться у Любы?

5

2. Найдите сумму квадратов всех решений уравнения

$$x^2 - 14[3x] + 152 = 0.$$

(Здесь $[x]$ обозначает целую часть числа x — наибольшее целое число, не превосходящее x . Например, $[1,7] = 1$, $-[1,7] = -2$.)

4307

3. Сколькими способами в прямоугольнике 60×70 можно разместить две кости домино 1×2 ?

Замечание. Каждая кость занимает две соседние клетки.

34167891 или 683335782 — — — — — или 683335782

4. Окружности Ω и ω радиусов 5 и 4 соответственно касаются друг друга внешним образом в точке T . Прямая ℓ пересекает окружность ω в точках A и B , а окружность Ω — в точках C и D , причём B лежит между A и C , C лежит между B и D , а центры окружностей лежат по одну сторону от ℓ . Известно, что $AB : BC : CD = 4 : 1 : 6$. Найдите BC^2 . При необходимости округлите ответ до трёх знаков после запятой.

 $\frac{385}{864} \approx 2,244$

5. На рёбрах BC , AB и A_1B_1 параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ отмечены точки K , L и M соответственно так, что $BC : BK = AL : LB = B_1M : MA_1 = 2$. Прямая ℓ пересекает прямые CD , C_1K , B_1D_1 и LM в четырёх различных точках E , F , G и H соответственно. Найдите длину отрезка HE , если известно, что $GE = 3$.

5