

Олимпиада «Физтех» по математике

11 класс, 2020 год, вариант 2

1. Монету подбрасывают 90 раз (вероятности выпадения орла и решки в каждом броске одинаковы). Пусть p — вероятность того, что орёл выпадет не меньше 55 раз, а q — вероятность того, что орёл выпадет меньше 35 раз. Найдите $p - q$.

$$\frac{06}{99} \cdot \frac{067}{1}$$

2. Решите уравнение

$$\frac{\cos 8x}{\cos 3x + \sin 3x} + \frac{\sin 8x}{\cos 3x - \sin 3x} = \sqrt{2}.$$

$$\mathbb{Z} \ni d \mid \mathbb{Z} \ni y \mid y + d \mid 1 \neq y \mid \frac{11}{y^2 z} + \frac{y}{x} = x$$

3. Решите неравенство

$$27\sqrt{\log_3 x} - 11 \cdot 3\sqrt{4\log_3 x} + 40 \cdot x\sqrt{\log_x 3} \leq 48.$$

$$\{y \in \mathbb{R} \mid y\} \cap [\varepsilon; 1] \ni x$$

4. а) Сфера с центром O касается боковых рёбер SA , SB , SC пирамиды $SABC$ в точках K , L , M соответственно, а также касается её основания ABC . Через точку сферы, ближайшую к точке S , проведена плоскость, касающаяся сферы. Площадь сечения пирамиды $SABC$ этой плоскостью равна 5, $\angle KSO = \arccos \frac{\sqrt{21}}{5}$. Найдите площадь треугольника KLM .

б) Пусть дополнительно известно, что $SO = 36$, а плоскости KLM и ABC параллельны. Найдите объём пирамиды $SABC$.

$$\frac{\varepsilon}{2281} = \text{OAVSA} (g \text{ : } 8'6 = \text{N7MS} (e$$

5. Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} y = |x - \sqrt{a}| + \sqrt{a} - 2, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = 25 \end{cases}$$

имеет ровно три решения.

$$\left\{ \left(\frac{z}{1+z^2} \right) : 91; 1 \right\} \ni v$$

6. а) Две параллельные прямые l_1 и l_2 касаются окружности ω_1 с центром O_1 в точках A и B соответственно. Окружность ω_2 с центром O_2 касается прямой l_1 в точке D , пересекает прямую l_2 в точках B и E , а также вторично пересекает окружность ω_1 в точке C (при этом точка O_2 лежит между прямыми l_1 и l_2). Известно, что отношение площади четырёхугольника BO_1CO_2 к площади треугольника O_2BE равно 2. Найдите отношение радиусов окружностей ω_2 и ω_1 .

б) Найдите эти радиусы, если дополнительно известно, что $BD = 2$.

$$\frac{z}{\varepsilon} \wedge = z_{\mathcal{H}} \mid \frac{\varepsilon}{z} \wedge = \text{r}_{\mathcal{H}} (g \text{ : } \frac{z}{\varepsilon} = \frac{\text{r}_{\mathcal{H}}}{z_{\mathcal{H}}} (e$$

7. Найдите количество пар целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 90 + x - 6^{90}, \\ y \leq \log_6 x. \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более трёх слагаемых.

$$\boxed{\frac{9}{999} + 069 \cdot \frac{01}{2} - 0819 \cdot \frac{2}{1}}$$