

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

5–6 классы, 2022 год

1. На острове живут рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят только правду, а лжецы всегда лгут. Однажды они собирали бананы и кокосы. Оказалось, что количество собранных бананов и количество собранных кокосов у всех разное. Каждый житель острова высказал два утверждения:

1. «Нет шести жителей, которые собрали бананов больше, чем я»,
2. «Хотя бы у семи жителей больше кокосов, чем у меня».

Могло ли это быть и, если да, сколько и каких жителей могло быть на острове? Укажите все возможные ответы.

13 жителей: 6 рыцарей, 7 лжецов

2. Назовем дату «палиндромом» если она слева направо и справа налево читается одинаково (точки не учитываются). Например, дата 22.02.2022 является палиндромом. Когда наступит ближайшая следующая дата-палиндром?

03.02.2030

3. Коля делал домашнюю работу: за 2 часа он успел сделать половину заданий по математике, $3/4$ заданий по физике и все задания по химии.

А когда он полностью закончил работу, то обнаружил, что на задания по химии ушло 25% от общего времени. Известно, что если бы он делал только физику, то сделал бы все задания по ней за час.

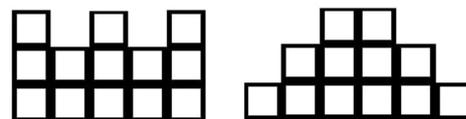
За какое время Коля сделал все задания?

2 ч 48 мин

4. Будем обозначать \overline{abc} трехзначные числа, записанные цифрами a, b, c . Сколько существует трехзначных чисел, таких, что разность $\overline{abc} - \overline{acb}$ делится на 72 без остатка?

121

5. Петя строит замок из кубиков. В какой-то момент он изобразил недостроенный замок в трех проекциях: вид спереди, вид сбоку и вид сверху. Какое наименьшее количество кубиков может быть изображено на виде сверху?



Вид спереди

Вид сбоку

6. К середине XXII века человечество освоило 100 обитаемых планет в других звездных системах. От каждой планеты расходится 40 гиперпространственных порталов, и к каждой планете ведёт 40 порталов от других планет. Все порталы строго односторонние, т. е. если есть портал, ведущий из A в B , то нет портала, ведущего из B в A . Мистер Риггз хочет добраться с Галатеей-37 на Пандору за наименьшее число гиперпространственных прыжков. Сколько прыжков ему может потребоваться (укажите все варианты)?