

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

10–11 классы, 2019 год, Нижний Новгород

1. Найдите десятичную запись числа

$$\frac{(2x - x^2) \cdot 10^6}{33} + (\sqrt[3]{2} + 1) \left(\sqrt[3]{\frac{\sqrt[3]{2} - 1}{3}} \right),$$

если $x = 0,9999$.

30304,03

2. Числа $\frac{1}{17}, \frac{1}{15}, \frac{1}{13}$ являются членами арифметической прогрессии с возрастающими номерами. Каково наибольшее значение разности этой прогрессии?

$\frac{21 \cdot 5 \cdot 13}{2}$

3. При всех значениях $a \in \mathbb{R}$ решите неравенство

$$\arccos \left(\frac{1 - x^2}{1 + x^2} \right) + (x - a)^2 \leq 2 \operatorname{arctg} x.$$

при $a = x$ решение нет, при $a \leq 0$ есть одно решение $0 > a$

4. В треугольнике ABC , $\angle A = 2\alpha$, биссектрисы BD и CE пересекаются в точке I . Найдите наименьший возможный радиус окружности, описанной около треугольника DEI , если сумма длин отрезков DI и EI равна $2d$.

$\frac{(a+z/y)\sin z}{((a+z/y)\cos-1)z^p} = \mathcal{H}$

5. При каких значениях $n = 1, 2, \dots, 9$ уравнение

$$\left(\log_2^2 \sin \left(\pi x + \frac{7\pi n}{6} \right) + \log_2 \sin \left(\pi x + \frac{7\pi n}{6} \right) + 0,5 \right) \cdot \log_2 \left(9 \cdot 3^{4x^2-6x} - 2 \cdot 3^{2x^2-3x+2} + 17 \right) = 3 \log_2 \sin \left(\pi x + \frac{7\pi n}{6} \right) + 1,5$$

имеет решение?

{6'9}