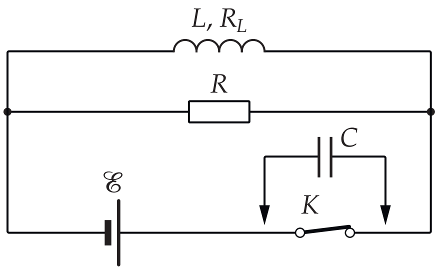
Московская олимпиада школьников по физике

11 класс, первый тур, 2022 год

Задача 1. **Явления при размыкании.** В цепях с большой индуктивной нагрузкой ключ часто шунтируют конденсатором (подключают его параллельно ключу), подобно тому как это схематично показано на рисунке ниже. Предлагается рассмотреть две цепи, собранные по схеме, показанной на рисунке: в первой ключ зашунтирован, а во второй — нет. В обеих цепях изначально ключ замкнут, токи установились. Численные значения параметров цепей следующие: $\mathscr{E} = 10$ В, $R = 100$ Ом, $R_L = 10$ Ом (сопротивление провода, которым намотана катушка), $L = 0{,}1$ Гн, $C = 1$ мкФ. Внутренним сопротивлением батареи можно пренебречь.

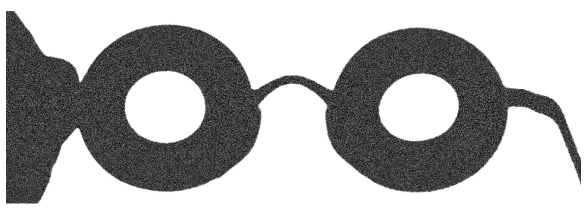


1. *(2 балла)* Определите отношение $\frac{U_1}{U_2}$ напряжений на резисторе сразу после размыкания ключа в первой и второй цепи.

2. *(4 балла)* Найдите количество теплоты Q_1, выделяющееся после размыкания ключа в первой цепи, и количество теплоты Q_2, которое выделяется на резисторе R после размыкания ключа во второй цепи.

1) $\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_L}{R} = 0{,}1$; 2) $Q_1 = \frac{L\mathscr{E}^2}{2R_L^2}\left(1 + \frac{CR_L^2}{L}\right) \approx 5 \cdot 10^{-2}$ Дж, $Q_2 = \frac{L\mathscr{E}^2}{2R_L^2}\frac{R}{R+R_L} \approx 4{,}5 \cdot 10^{-2}$ Дж

Задача 2. **Очки составителя.** Один из составителей заданий олимпиады носит очки в очень тонкой оправе, оптическая сила линз которых равна $+2$ дптр. Если эти очки снять с составителя и расположить их под светодиодной лампочкой, закреплённой на потолке комнаты, так, чтобы плоскости линз были параллельны полу, то на полу можно будет наблюдать резкую тень от оправы и линз, а также две ярко освещённые области в центрах теней линз (см. обработанный фрагмент фотографии ниже).

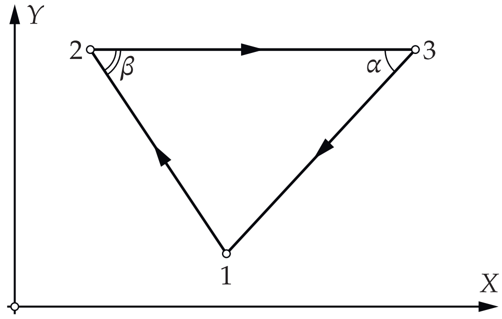


Считая лампочку точечным источником света, определите, на каком расстоянии от пола следует держать очки, чтобы диаметр светлого пятна в середине тени одной из линз был примерно в два раза меньше диаметра тени линзы.

Высота потолка в комнате равна 3 м. Считайте, что линия, соединяющая лампочку и оптический центр линзы, перпендикулярна полу. Учтите, что искомое расстояние не должно быть больше 1 м.

27,5 см

Задача 3. **Расчёт цикла.** С одним молем идеального газа, молярная теплоёмкость которого при постоянном объёме C_V равна $2R$, где R — универсальная газовая постоянная проводится циклический процесс 1231, график которого в логарифмических координатах ($x = \ln\frac{V}{V_0}$, $y = \ln\frac{P}{P_0}$, где p_0 и V_0 — некоторые неизвестные постоянные) имеет форму треугольника с углами $\alpha = \pi/4$ и $\beta \operatorname{arctg}\frac{3}{2}$ (см. рис.). Отношение максимального давления газа к минимальному в этом процессе равно n.

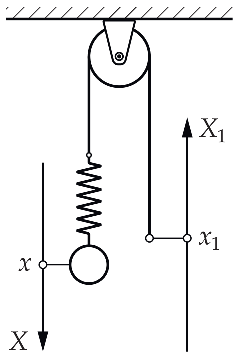


1. *(4 балла)* Считая известной температуру T_1 в точке 1, найдите температуры T_2 и T_3 в точках 2 и 3.

2. *(4 балла)* Определите КПД η цикла.

1) $T_2 = T_1 n^{1/3}$, $T_3 = T_1 n^2$; 2) $\eta = 1 - \frac{5(n^2-1)}{6(n^2-n^{1/3})}$

Задача 4. **Вынуждают колебаться!** К одному концу невесомой нити, перекинутой через идеальный блок, присоединён пружинный маятник, состоящий из лёгкой пружины с тяжёлым шариком. Собственная частота колебаний маятника (в отсутствие затухания) равна ω_0. На другой конец нити действует такая внешняя сила, что начиная с нулевого момента времени его координата по вертикали меняется по закону $x_1(t) = A\sin(\Omega t)$ (см. рис.). В нулевой момент времени маятник находится в положении равновесия и не движется. В обеих частях задачи считается, что нить при колебаниях ни в один из моментов времени не провисает. Шарик движется только по вертикали и не раскачивается.



1. В этой части предлагается пренебречь всеми силами сопротивления. Тогда движение шарика будет представлять собой суперпозицию колебаний с частотами Ω и ω_0:

$$x(t) = C_1\sin(\omega_0 t + \varphi) + C_2\sin(\Omega t),$$

где $x(t)$ — отклонение шарика от положения равновесия (см. рис.), C_1, C_2, φ — неизвестные постоянные. Определите максимально возможное отклонение шарика от положения равновесия в следующих случаях: a) $\Omega \gg \omega_0$; b) $\Omega \ll \omega_0$.

2. В этой части предлагается учесть слабое затухание колебаний маятника. Предположим, что затухание обусловлено силой, пропорциональной скорости шарика и направленной против скорости. Тогда через некоторое время после начала процесса координата шарика будет изменяться периодически по гармоническому закону с частотой Ω. Однако колебания шарика будут сдвинуты по фазе относительно колебаний конца нити, к которому прикладывается внешняя сила, на φ:

$$x(t) = C\sin(\Omega t + \varphi).$$

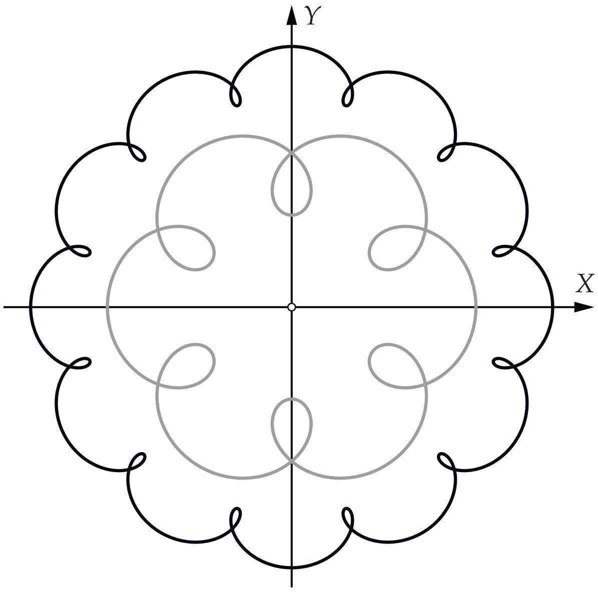
Определите абсолютное значение сдвига фаз φ при следующих значениях частоты Ω: a) $\Omega \gg \omega_0$ и $\Omega \ll \omega_0$; b) $\Omega = \omega_0$.

1a) $x_{\max} = A\frac{\omega_0}{\Omega} \approx 0$ при $\Omega \gg \omega_0$; 1b) $x_{\max} = A\left(1 + \frac{\Omega}{\omega_0}\right) \approx A$ при $\Omega \ll \omega_0$; 2a) π и 0; 2b) $\frac{\pi}{2}$

Задача 5. **Ловушка Пеннинга.** Ловушкой Пеннинга называется один из типов ионных ловушек — устройств, используемых в экспериментах по ядерной физике для удержания заряженных частиц и ядер в некоторой ограниченной области пространства в течение длительного (по меркам микромира) времени. В этой ловушке мощным электромагнитом создаётся однородное магнитное поле B, которое можно считать направленным против оси OZ системы координат с началом в центре ловушки ($B_x = 0$, $B_y = 0$, $B_z = -B$), кроме того системой металлических электродов создаётся электрическое поле с потенциалом

$$\varphi(x, y, z) = \frac{U_0}{2r_0^2}\left(-a\left(x^2 + y^2\right) + bz^2\right),$$

где U_0 и r_0 — известные постоянные, a и b — неизвестные безразмерные константы, причём $a > 0$. Оказывается, в полях такого вида положительно заряженная частица движется сложным образом. Вдоль оси OZ частица совершает гармонические колебания с некоторой частотой Ω_z около начала координат. Проекция траектории частицы на плоскость XOY представляет собой *эпитрохоиду.* Это линия, которую описывает точка, движущаяся по окружности радиуса r с постоянной угловой скоростью ω^+, при том что центр этой окружности движется по окружности большего радиуса R ($R > r$) с меньшей угловой скоростью ω^-. Здесь и далее имеются в виду угловые скорости относительно лабораторной (!) системы отсчёта. Примеры эпитрохоид, для которых центр большей окружности находится в начале координат, можно видеть на рисунке ниже.



Далее везде речь идёт о движении частицы с известными массой m и положительным зарядом q. Параметры U_0, r_0 и B также считаются известными во всех частях задачи, кроме части 3.

1. Получите формулы для проекций E_x, E_y и E_z вектора напряжённости электрического поля на оси системы координат и найдите отношение $\frac{b}{a}$ безразмерных коэффициента b и a в выражении для потенциала электростатического поля.

Внимание! Если вы не получили в части А отношение $\frac{b}{a}$, можете приступить к решению части 3, считая это отношение известным параметром.

2. Пусть задан коэффициент b. Определите частоту колебаний Ω_z, а также циклотронную частоту Ω_0 вращения частицы в магнитном поле при отсутствии электрического.

3. Выразите угловые скорости вращения частицы ω^+ и ω^- по окружностям, дающим траекторию в виде эпитрохоиды, через параметры Ω_z и Ω_0 ($\sqrt{2}\Omega_z < \Omega_0$), ω^+ — угловая скорость движения по окружности радиусом r, ω^- — угловая скорость вращения центра этой окружности. Радиусы окружностей r и R неизвестны. На рисунке выше ось Oz направлена на читателя, движение по обеим окружностям происходит в направлении против часовой стрелки.

4. Для траектории в виде большей эпитрохоиды на рисунке выше (линия чёрного цвета), используя результаты предыдущих частей, определите безразмерные коэффициенты a и b в выражении для потенциала электростатического поля.

1) $E_x = \frac{aU_0x}{r_0^2}$, $E_y = \frac{aU_0y}{r_0^2}$, $E_z = -\frac{bU_0z}{r_0^2}$; $\frac{b}{a} = 2$; 2) $\Omega_z = \sqrt{\frac{qbU_0}{mr_0^2}}$, $\Omega_0 = \frac{qB}{m}$; 3) $\omega^{(\pm)} = \frac{\Omega_0 \pm \sqrt{\Omega_0^2 - 2\Omega_z^2}}{2}$; 4) $b = 2a = \frac{13}{98}\frac{qB^2r_0^2}{mU_0}$