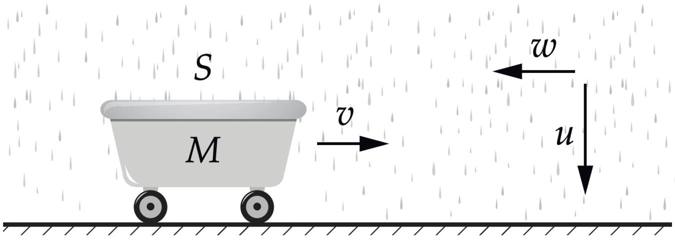
Московская олимпиада школьников по физике

11 класс, первый тур, 2021 год

Задача 1. **Таз на колёсиках.** Тазик на колёсиках движется под дождём по горизонтальной дороге. Суммарная масса капель в единице объёма равна ρ, а их скорость вблизи поверхности земли равна u. Площадь верхнего горизонтального сечения тазика равна S. В нулевой момент ($t = 0$) таз пустой, его масса вместе с колёсами равна M, а скорость равна v_0 ($v_0 \ll u$). Далее везде силой трения качения и силой сопротивления воздуха можно пренебречь.



A. Пусть в дне таза есть небольшое отверстие. Дождевая вода, попадая в таз, стекает на дно, распределяется по нему тонким слоем и вытекает через отверстие. Можно считать, что масса воды в тазу пренебрежимо мала по сравнению с массой таза.

A1) Какое расстояние L_1 пройдёт таз до остановки, если капли падают вертикально?

A2) Подул встречный (для тазика) ветер, так что горизонтальная составляющая скорости капель вблизи земли оказалась равна ω, а вертикальная — равна u. Какое расстояние L_2 пройдет тазик до остановки, если время движения равно t?

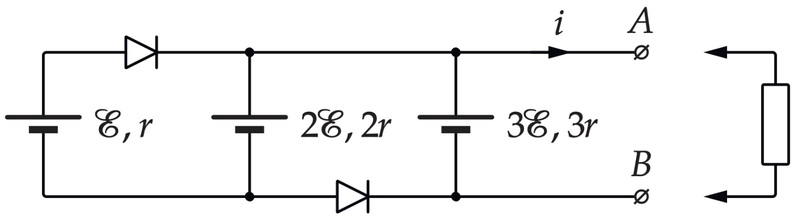
B. В этой части задачи считается, что дырок в тазике нет, вся попадающая в таз дождевая вода остаётся в нём. За рассматриваемое время вода не заполняет таз целиком и не переливается через борт. Ветра нет, скорость капель вертикальна.

B1) Определите зависимость скорости таза от времени $v(t)$ в этом случае.

B2) Если таз проходит расстояние S к моменту, когда масса воды в нём становится равна массе таза M, то какое расстояние он пройдёт к моменту, когда масса воды в нём станет равна $3M$?

A1) $L_1 = \frac{Mv_0}{\rho u S}$; A2) $L_2 = \frac{Mv_0}{\rho u S} - \omega t$; B1) $v(t) = \frac{Mv_0}{M+\rho u S t}$; B2) $S_1 = 2S$

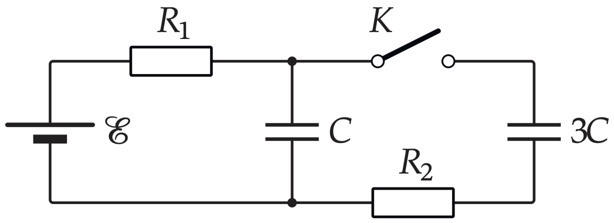
Задача 2. **Изобразите характеристику.** *(По мотивам Ф753, Зильберман А. Р.)* В схеме специального источника напряжения, показанной на рисунке, диоды — идеальные (открываются при близком к нулю напряжении), значения ЭДС и внутреннего сопротивления равны: $\mathscr{E} = 1{,}5$ В и $r = 1{,}0$ Ом соответственно.



Изобразите графически зависимость $i(U)$ (ВАХ источника), где i — ток, возникающий при подключении к источнику нагрузки, а U — разность потенциалов выводов A и B: $U = \varphi_A - \varphi_B$.

См. конец листка.

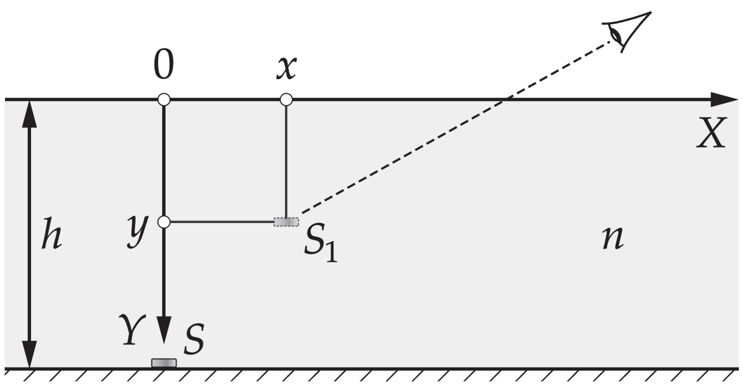
Задача 3. **Токи через секунду.** В схеме, показанной на рисунке, ключ K изначально разомкнут, конденсатор ёмкостью $C = 100$ мкФ заряжен, а конденсатор ёмкостью $3C$ не заряжен, ток в цепи равен нулю. Другие параметры схемы равны: $R_1 = 10$ МОм, $R_2 = 10$ Ом, $\mathscr{E} = 12$ В. Внутренним сопротивлением источника и сопротивлением проводов можно пренебречь.



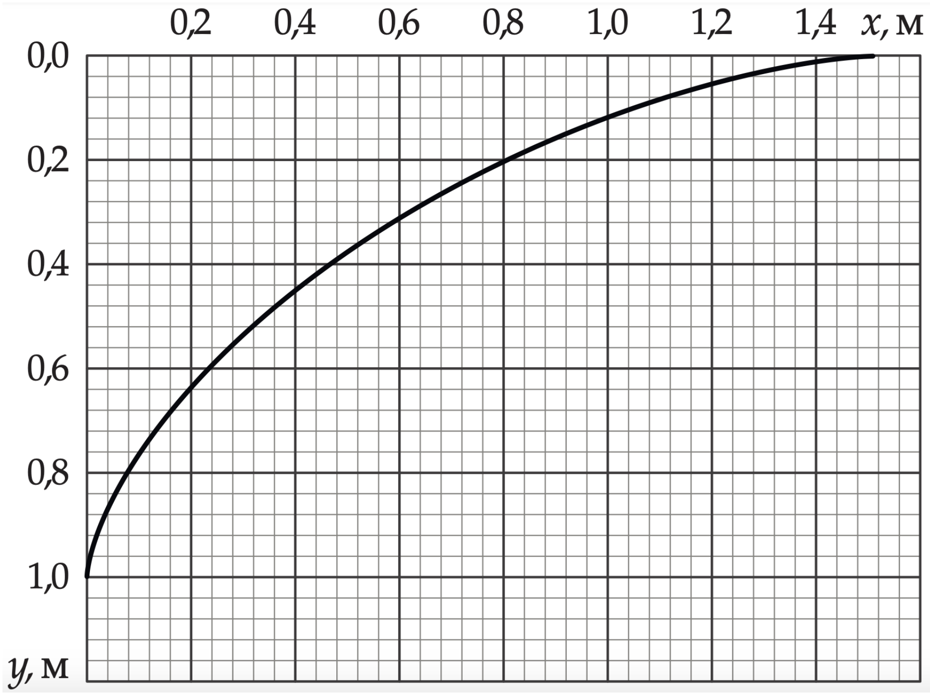
Ключ замыкают. Определите токи i_1 и i_2, текущие через резисторы R_1 и R_2 соответственно, через одну секунду после замыкания ключа.

$i_1 \approx 0{,}9$ мкА; $i_2 = 0{,}68$ мкА

Задача 4. **Рассматривая монеточку.** На дне сосуда глубиной h, заполненного жидкостью с показателем преломления n, в точке с координатами $(0, h)$ (направление осей показано на рисунке) располагается монеточка S.



Наблюдатель видит изображение монеточки S_1 в точке с координатами (x, y). Множество значений (x, y) для разных углов зрения изображено на графике. Используя график, найдите показатель преломления жидкости n и глубину сосуда h.



$n = 1{,}33 \pm 0{,}05$; $h = 1{,}34 \pm 0{,}05$ м

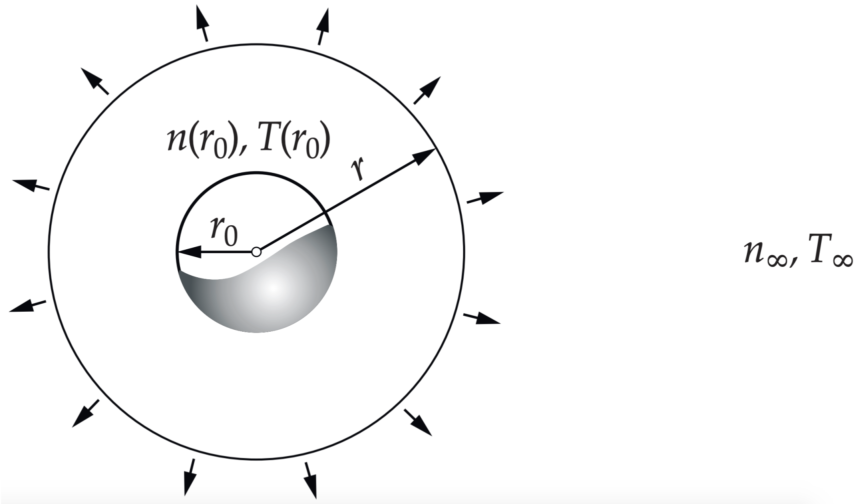
Задача 5. **О капле.** В этой задаче рассматривается эффект уменьшения температуры капли воды вследствие испарения с её поверхности при близких к комнатным давлению и температуре.

В одном из экспериментов шарообразная капля воды радиусом порядка миллиметра удерживалась силами поверхностного натяжения на тонкой полимерной леске. Зависимость температуры капли от времени измерялась с помощью высокоточного инфракрасного тепловизора. Вдали от капли (на «бесконечности») поддерживались постоянные значения: температуры T_∞, давления p_∞ и относительной влажности воздуха φ_∞. Обнаружилось, что если в начальный момент температура капли была равна температуре на бесконечности T_∞, то затем в течение короткого времени она уменьшалась до значения $T_\infty - \Delta T$ (ΔT порядка нескольких градусов) и далее длительное время оставалась постоянной. Предлагается определить величину разности температур ΔT, учитывая диффузию пара от капли на бесконечность и тепловой поток, обусловленный разностью температур капли и воздуха на бесконечности. Конвекцией и передачей тепла по леске предлагается пренебречь.

В стационарном режиме в пространстве вне капли устанавливается распределение концентрации пара $n(r)$ и температуры $T(r)$. В силу сферической симметрии концентрация и температура зависят только от расстояния до центра капли r и удовлетворяют уравнениям:

$$\frac{dN}{dt} = -D4\pi r^2\frac{dn}{dr}, \quad \frac{dQ}{dt} = -\kappa 4\pi r^2\frac{dT}{dr}.$$

где dN — количество молекул пара, проходящих за время dt через поверхность сферы радиусом r, концентрической с каплей, dQ — количество тепла, переносимого за время dt через поверхность той же сферы; коэффициенты диффузии и теплопроводности D и κ можно считать постоянными. Маленькими стрелками на рисунке символически показан поток диффундирующих молекул пара.



A. Коэффициенты диффузии и теплопроводности D и κ, молярная масса μ_{H_2O}, удельная теплота испарения воды L и радиус капли r_0 считаются известными. Изменение радиуса капли вследствие испарения можно считать незначительным.

A1) Температура у поверхности капли $T(r_0)$ и температура на бесконечности T_∞ (см. рис.) известны. Определите тепловой поток $\frac{dQ}{dt}$ и распределение температуры $T(r)$.

A2) Известны концентрации пара: $n(r_0)$ и n_∞, определите массу воды, испаряющейся с поверхности капли за малое время t.

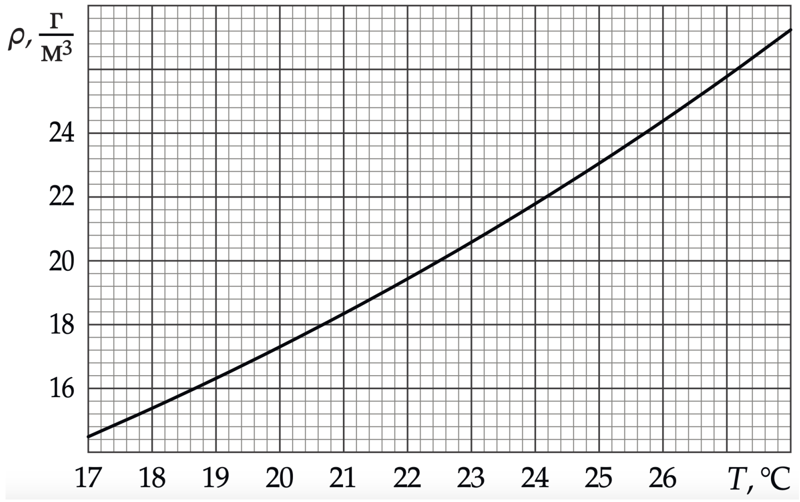
A3) Используя результаты пунктов A1) и A2), выразите разность плотностей пара у капли и на бесконечности $\Delta\rho = \rho(r_0) - \rho_\infty$ через разность температур $\Delta T = T_\infty - T(r_0)$.

B. Отношение коэффициентов теплопроводности и диффузии в условиях задачи удовлетворяет соотношению:

$$\frac{\kappa}{D} = \frac{v_{\text{в}}}{v_{H_2O}} \frac{c_V \rho_{\text{в}}}{\mu_{\text{в}}},$$

где v_{H_2O} и $v_{\text{в}}$ — среднеквадратичные скорости молекул воды и воздуха, $c_V = 2{,}5R$ — молярная теплоёмкость воздуха при постоянном объёме, $\rho_{\text{в}}$ — плотность воздуха. Определите отношение коэффициентов при температуре 300 К. При расчёте плотности давление воздуха можно считать равным 10^5 Па. Универсальная газовая постоянная равна $R = 8{,}3$ Дж/(моль·К), молярные массы воды и воздуха: $\mu_{H_2O} = 18$ г/моль и $\mu_{\text{в}} = 29$ г/моль соответственно. Убедитесь в том, что при изменении температуры на 10 К отношение коэффициентов меняется незначительно.

C. Используя график зависимости плотности насыщенного пара воды от температуры, приведённый на рисунке ниже, а также результаты, полученные в частях **A** и **B**, определите как можно точнее величину разности температур ΔT, для следующих значений параметров на бесконечности: $T_\infty = 27\,^\circ$C, $\varphi_\infty = 70\%$. Удельная теплота испарения воды и давление воздуха равны: $L = 2{,}4 \cdot 10^6$ Дж/кг и $p_0 = 10^5$ Па соответственно.

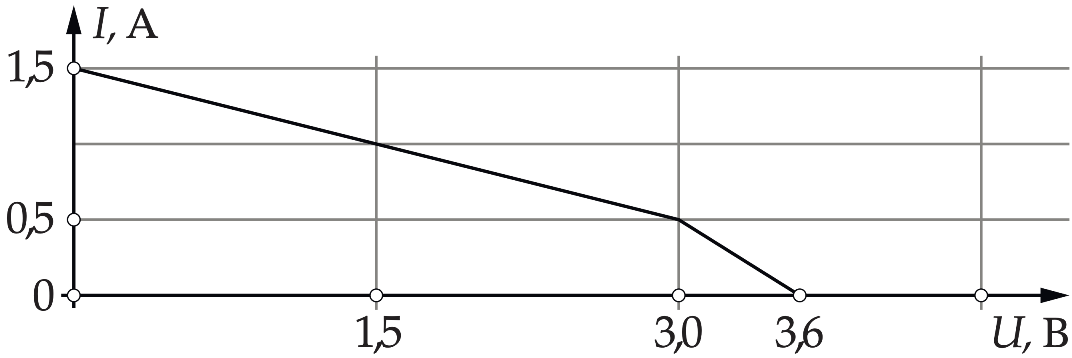


Примечание. При выполнении заданий части **А** может оказаться полезной формула:

$$\int_a^{\infty} \frac{dx}{x^2} = \frac{1}{a}.$$

См. конец листка

Ответ к задаче 2



Ответ к задаче 5

A1) $q = -4\pi\kappa r_0\left(T_\infty - T(r_0)\right)$, $T(r) = T_\infty - \left(T_\infty - T(r_0)\right)\frac{r_0}{r}$;

A2) $m = 4\pi D r_0 t\left(n(r_0) - n_\infty\right)\frac{\mu_{H_2O}}{N_A}$;

A3) $\Delta\rho = \frac{\kappa}{LD}\Delta T$;

B) $\frac{\kappa}{D} \approx 657\ \frac{\text{Дж}}{\text{К}\cdot\text{м}^3}$;

C) $\Delta T = 5 \pm 0{,}5$ K