Московская олимпиада школьников по физике

11 класс, второй тур, 2020 год

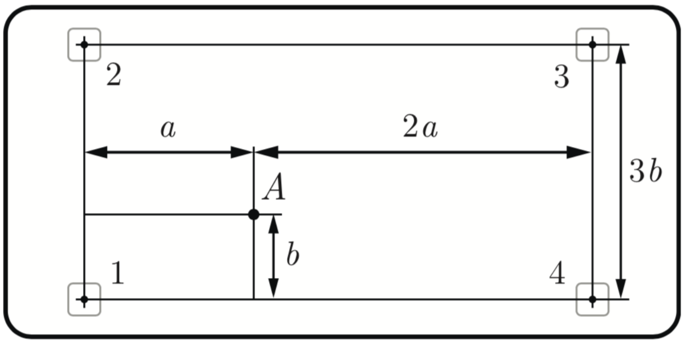
Задача 1. Внутри горизонтально расположенной трубы радиусом R, вращающейся с некоторой угловой скоростью вокруг своей оси симметрии, находится небольшое тело. В положении равновесия тело располагается ниже от оси трубы, на расстоянии $0{,}8R$ по вертикали от неё. Найдите период малых колебаний тела в плоскости, перпендикулярной оси трубы.

Примечание. Для малого угла δ ($\delta \ll 1$) и произвольного угла α справедливы приближённые равенства: $\sin(\alpha+\delta) \approx \sin\alpha + \delta\cos\alpha$, $\cos(\alpha+\delta) \approx \cos\alpha - \delta\sin\alpha$.

$\boxed{2\pi\sqrt{\frac{4R}{5g}}}$

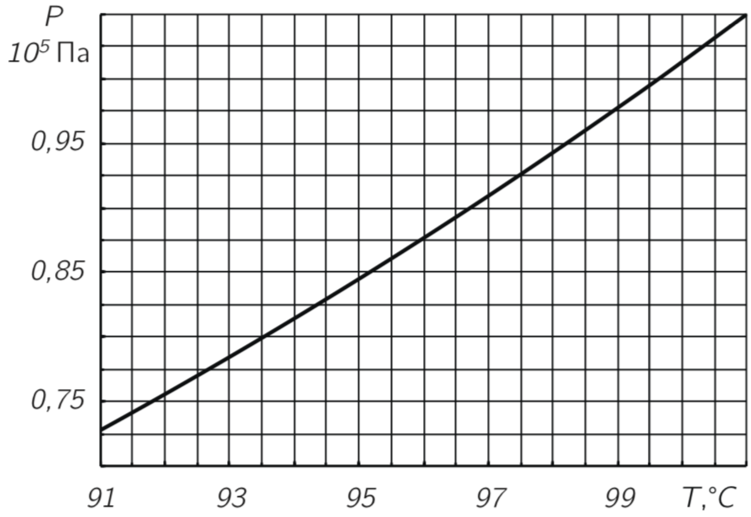
Задача 2. Стол стоит на горизонтальном полу. Столешницу и пол можно считать абсолютно твёрдыми, а ножки — упругими, подчиняющимися закону Гука при вертикальных деформациях.

Гирю массой 24 кг ставят на стол так, что её центр масс располагается в т. A (см. рисунок, вид сверху). На сколько изменяются силы давления ножек стола: ΔF_1, ΔF_2, ΔF_3, ΔF_4 на пол после этого? Номера ножек показаны на рисунке.



$\boxed{\Delta F_1 = 100\ \text{Н},\ \Delta F_2 = 60\ \text{Н},\ \Delta F_3 = 60\ \text{Н},\ \Delta F_4 = 20\ \text{Н}}$

Задача 3. Воде массой $m = 180$ г при постоянном давлении $p_1 = 10^5$ Па сообщают некоторое количество теплоты, так что она превращается в пар и нагревается до температуры $T_1 = 105\,^\circ$C. Далее пар адиабатически расширяется и в какой-то момент приходит в состояние насыщения, после чего конденсируется. График зависимости давления насыщенных паров воды от температуры показан на рисунке ниже.



Считая изменение параметров пара при адиабатическом расширении малым, определите приближённо температуру воды в начале конденсации.

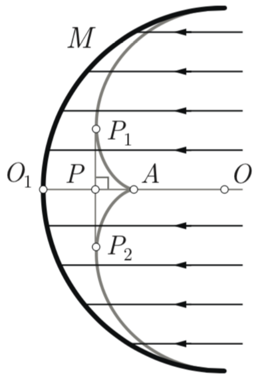
Чему равна суммарная работа при его нагревании после испарения и охлаждении до начала конденсации? Молярная теплоёмкость пара при постоянном объёме равна $c_V = 3R$.

Примечание. Учтите, что для малых изменений Δp и ΔV величин p и V справедлива приближённая формула $\Delta(pV) = p\Delta V + V\Delta p$.

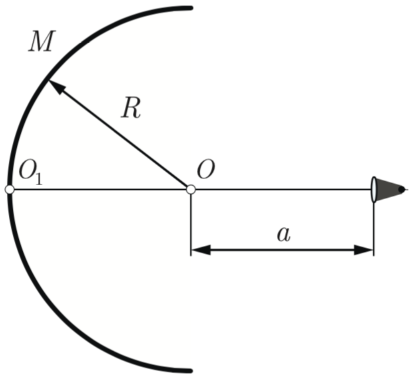
$T_2 \approx 97{,}5\,^\circ$C; $A \approx 2{,}32$ кДж

Задача 4. Каустика — это огибающая семейства лучей, не пересекающихся в одной точке. В плоском случае, рассматриваемом в этой задаче, каустика — это кривая, которой касаются все лучи, отражающиеся от некоторой поверхности или испытывающие преломление на некоторой границе раздела. Интенсивность света вблизи каустик возрастает, поэтому кривые каустик хорошо видны невооружённым глазом и на фотографиях.

1. Кривая серого цвета на рисунке — это каустика, образованная после отражения пучка параллельных лучей цилиндрической поверхностью M, радиус которой равен R. Определите расстояние от оси цилиндра т. O до вершины каустики — т. A, а также расстояние PA. OO_1 — ось симметрии, P_1P_2 — касательная к каустике.



К п. 1

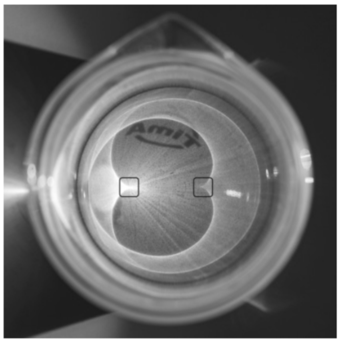


К п. 2

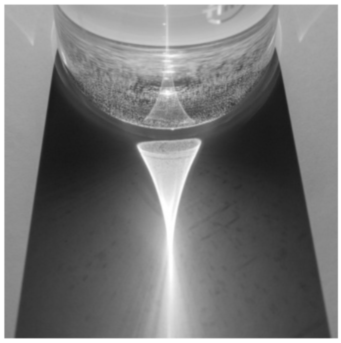
2. Источник, освещающий цилиндрическую поверхность радиусом R, располагается на расстоянии $a = 4R$ от т. O на оси симметрии системы OO_1. Определите расстояние от т. O до вершины каустики, формируемой отражёнными лучами в этом случае.

В тонкостенный стеклянный цилиндрический стакан наливают воду и освещают светом фонаря. Ось пучка света составляет разные углы α с горизонтальной поверхностью стола в п. 3

и п. 4. В п. 3 стакан фотографируют сверху (оптическая ось объектива перпендикулярна дну стакана), а освещают справа. В п. 4 ось объектива немного отклоняется от перпендикуляра.



К п. 3



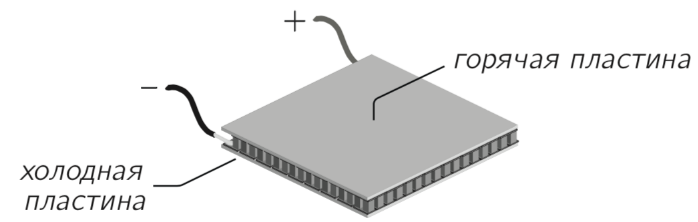
К п. 4

3. Величина угла α около $45°$. Вблизи дна стакана наблюдается кривая с двумя вершинами, части которой напоминают кривую из п. 1. На рисунке вершины обведены квадратиками. Объясните наблюдаемую картину.

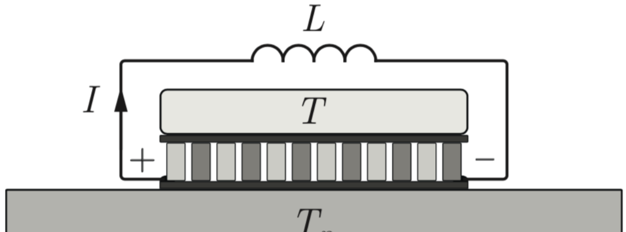
4. Радиус основания стакана равен $R = 8$ см. Фонарь располагается на расстоянии $a \approx 10R$ от оси стакана. Угол α можно считать малым. Снаружи стакана видна каустика, образованная прошедшими через стакан лучами. Определите приближённо расстояние от стакана до вершины каустики (до вершины «конуса»). Показатель преломления воды равен $n \approx 1{,}33$.

1. $AO = \frac{R}{2}$; $PA = R\left(\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right)$; 2. $OA = \frac{4R}{9}$; 4. $S = 1{,}5R = 12$ см

Задача 5. Элемент Пельтье состоит из двух пластин, разделённых большим количеством полупроводниковых блоков (рис. из «Википедии» ниже), и представляет собой преобразователь электрической энергии в тепловую. Он также может работать и в рабочем режиме — вырабатывать ЭДС при наличии разности температур на пластинах.



На втором рисунке схематично изображено устройство на основе элемента Пельтье. Нижняя пластина находится в контакте с «тепловым резервуаром» — большим телом, температуру которого T_r можно считать постоянной. Верхняя пластина контактирует с телом с теплоёмкостью C и температурой T, которая изменяется со временем. Сверхпроводящая катушка с индуктивностью L включена между контактами элемента. В начальный момент: $T = T_0$, $T_0 > T_r$.



В данных условиях верхнее тело отдаёт элементу за время Δt количество теплоты $\Delta Q = \alpha T I \Delta t$, где α — постоянный коэффициент, I — ток через элемент. Положительным направлением тока считается направление от «плюса» к «минусу». Элемент Пельтье при этом вырабатывает ЭДС, которая равна $\varepsilon = \alpha\,(T - T_r)$. Полярность создаваемой ЭДС (для $T > T_r$) совпадает с указанной на рисунке. Сопротивление элемента Пельтье равно R.

Оказывается, в рассматриваемой системе возможно периодическое изменение температуры тела $T(t)$ и тока в цепи $I(t)$. В задаче предлагается исследовать колебания тока и температуры при различных значения параметров: T_r, T_0, C, α, R, которые считаются неизвестными. Ток в цепи в начальный момент равен нулю: $I(0) = 0$. Разность температур тела и резервуара можно считать малой: $|T - T_r| \ll T_r$ в любой момент времени.

1. Рассмотрим идеализированный, фантастический случай, когда сопротивление R равно нулю и теплообмен между тепловым резервуаром и телом за счёт теплопроводности отсутствует.

1a) Получите дифференциальное уравнение для функции $I(t)$.

1b) Преобразуйте полученное уравнение с учётом условия $|T - T_r| \ll T_r$ и найдите частоту ω_0 колебаний тока.

1c) Найдите зависимость температуры тела от времени $T(t)$.

2. Физически случай, описанный в п. **1**, никогда не реализуется. Рассмотрим параметры системы, близкие к реальности. Пусть известно сопротивление элемента R, мощность передачи тепла от тела резервуару определяется соотношением $P = k\,(T - T_r)$, где k — известный коэффициент, а джоулево тепло, выделяющееся в элементе, делится поровну между пластинами. В этом случае колебания будут затухающими.

2a) Получите дифференциальное уравнение для функции $I(t)$ в этом случае.

2b) Покажите, что нелинейными слагаемыми, пропорциональными I^2 и $I\dot{I}$ (точка сверху обозначает производную по времени), в уравнении из п. 2a) можно пренебречь и преобразуйте полученное уравнение к виду $\ddot{I} + 2\gamma\dot{I} + \omega^2 I = 0$ (уравнение затухающих колебаний). Чему равны коэффициенты γ и ω?

2c) Полагая затухание слабы ($\gamma^2 \ll \omega^2$), определите относительное изменение амплитуды тока за период $\frac{\Delta I_{\max}}{I_{\max}}$. Ответ выразите через коэффициенты γ и ω.

3. Предлагается создать на основе данного устройства установку для точного измерения теплоёмкости тел. Параметры: T_r, α, k, R, L известны. Их измерили раньше с высокой точностью. В распоряжении экспериментатора есть электроизмерительные приборы, осциллограф и генератор переменного напряжения, частоту которого можно менять в широком диапазоне. Опишите в двух словах возможную схему эксперимента.

См. конец листка

Ответ к задаче 5

1) $LC\ddot{I} + \alpha^2 T_r I + \alpha L\dot{I}I = 0$; $\omega_0 = \sqrt{\frac{\alpha^2 T_0}{CL}}$; $T(t) = (T_0 - T_r)\cos\omega_0 t + T_r$;

2) $LC\ddot{I} + (RC + kL)\dot{I} + (kR + \alpha^2 T_r)I + \alpha L\dot{I}I + \alpha\frac{I^2 R}{2} = 0$; $\gamma = \frac{R}{2L} + \frac{k}{2C}$, $\omega = \sqrt{\frac{kR}{LC} + \frac{\alpha^2 T_r}{LC}}$; $\frac{\Delta I_{\max}}{I_{\max}} = 2\pi\frac{\gamma}{\omega^2}$

3) Следует поставить эксперимент, в котором можно было бы измерить частоту ω. Возможная схема эксперимента: в цепь включают генератор, а осциллограф подключают к катушке; измеряют резонансную частоту.