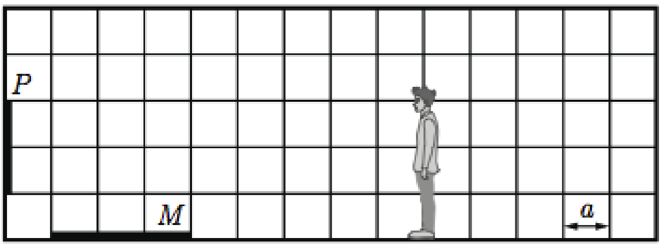
Московская олимпиада школьников по физике

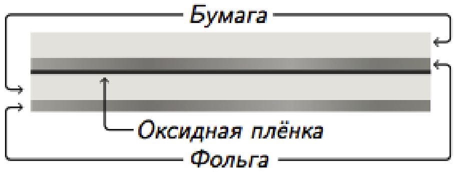
11 класс, тренировочный тур, 2019 год

Задача 1. На стене комнаты висит картина P, а на полу лежит зеркало M (см. рис.). На каком расстоянии x от картины должен стоять человек, чтобы он мог видеть изображение картины в зеркале целиком? Какую часть изображения человек сможет увидеть, встав на расстоянии a от дальней стены? Длина стороны клетки $a = 0{,}55$ м.



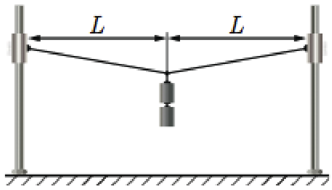
$2{,}2$ м $< x < 4{,}4$ м; $\frac{1}{6}$

Задача 2. Батарейка «Крона» с напряжением 9 вольт представляет собой прямоугольный параллелепипед размером 48,5 мм × 26,5 мм × 17,5 мм. В «Википедии» написано: «Батарея типа «Крона» имеет ёмкость (по паспорту) 0,5 А·ч». Мы хотим изготовить конденсатор как можно большей ёмкости таких же размеров, что и батарейка, используя необходимое количество материала, состоящего из двух слоёв алюминиевой фольги толщиной $h = 5$ мкм (см. рис.) и двух слоёв бумаги толщиной $D = 10$ мкм. Бумага, разделяющая слои фольги, пропитана проводящей жидкостью — электролитом. На поверхность одного из слоёв фольги нанесена плёнка оксида алюминия Al_2O_3 с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 10$ толщиной $d = 0{,}5$ мкм. Определите максимально возможную ёмкость получившегося конденсатора. Можно ли его зарядить от батарейки до напряжения 9 вольт? Если да, то оцените, сколько раз (разряжая после каждого раза). Если нет, то до какого напряжения зарядится конденсатор? Электрическая постоянная равна $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.



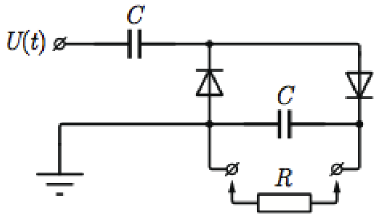
$C_0 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 La}{d} = 1{,}4 \cdot 10^{-4}$ Ф; можно, $n = 1{,}4 \cdot 10^6$

Задача 3. Концы натянутой металлической струны располагаются на одинаковой высоте на расстоянии $2L$ друг от друга. К середине струны подвешивают два груза одинаковой массы (см. рис.), при этом сила натяжения струны изменяется на пренебрежимо малую величину. В некоторый момент времени нижний груз отрывается от верхнего, после чего возникают малые колебания. Положение равновесия образовавшейся системы оказывается выше исходного положения равновесия на величину x_0, при этом $x_0 \ll L$. Найдите период колебаний груза около нового положения равновесия.



$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{x_0}{g}}}$

Задача 4. На рис. приведена принципиальная схема преобразователя напряжения. На один из входов подаётся переменный потенциал (фаза) $U(t) = -U_0 \sin(\omega t)$ от бытовой сети (230 В, 50 Гц), другой вход имеет нулевой потенциал (заземлён). К выводам присоединяется нагрузка R. Диоды — идеальные. Ёмкость конденсаторов $C = 10$ мкФ, сопротивление нагрузки $R = 100$ кОм. При данных условиях через некоторое время после подключения к сети переменного тока схема обеспечивает почти (!) постоянное напряжение на нагрузке $U_н$.



1. Считая что нагрузка не подключена, найдите напряжение на выходе в момент времени: $t = T$; $t = 3T$; $t \gg T$. T — период колебаний потенциала на входе.

2. При подключенной нагрузке оцените по порядку величины, на сколько процентов может отклоняться напряжение на нагрузке от среднего значения $U_н$.

$\boxed{1)\ U_0,\ \frac{3}{2}U_0,\ 2U_0;\ 2)\ \frac{\delta U}{U_н} = 2\%}$

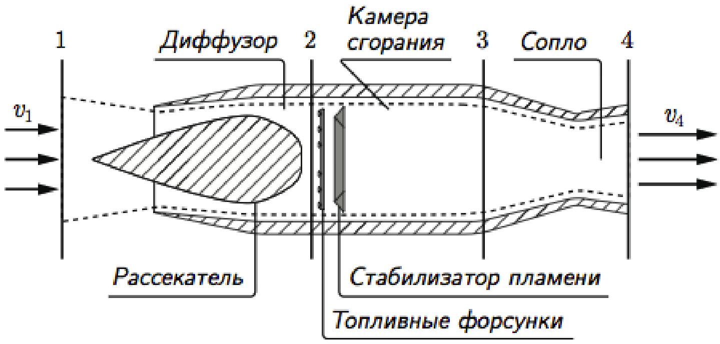
Задача 5. На рис. изображена схема прямоточного воздушно-реактивного двигателя (ПВРД), который используется на некоторых типах ракет в качестве маршевого (включающегося после разгона ракеты) двигателя. Воображаемые плоскости 1, 2, 3, 4 делят двигатель на три области: диффузор, камера сгорания и сопло. Скорость потока воздуха относительно двигателя на выходе из сопла возрастает по сравнению со скоростью на входе в диффузор за счёт подвода тепла в камере сгорания.

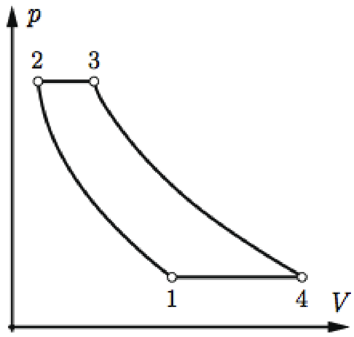
Обозначим v (с разными индексами) — скорость воздуха относительно двигателя, u — скорость ракеты относительно Земли. Термодинамические параметры воздуха вдали от двигателя, где воздух практически покоится: $p_0 = 35$ кПа, $T_0 = 230$ К. Воздух считается двухатомным газом, для которого: $\mu = 29$ г/моль, $c_V = 2{,}5R$, где $R = 8{,}3$ Дж/(моль$\cdot$К), $c_0 = \sqrt{\frac{\gamma R T_0}{\mu}}$ — скорость звука в воздухе с температурой T_0, $\gamma = \frac{c_V + R}{c_V} = \frac{7}{5}$ — показатель адиабаты. Число Маха М, являющееся параметром задачи, задаёт скорость ракеты $u = \mathrm{M} c_0$.

В задаче рассматривается упрощённая модель, в которой предполагается, что процессы сжатия воздуха в диффузоре и расширения в сопле — адиабатические, а процесс нагревания в камере сгорания (после впрыскивания и воспламенения топлива) — изобарный. Скорость воздуха относительно двигателя в камере сгорания пренебрежимо мала по сравнению с v_1 и v_4. Предполагается, что в каждой точке любого поперечного сечения потока внутри двигателя термодинамические параметры воздуха (p, ρ, T) и его скорость одинаковые. Считается, что масса продуктов сгорания, образующихся в камере сгорания в единицу времени, пренебрежимо мала по сравнению с массой воздуха, проходящей через камеру сгорания в единицу времени. Для любых двух сечений A и B справедливо уравнение термодинамики потока

$$\frac{v_B^2 - v_A^2}{2} + (c_V + R)\frac{T_B - T_A}{\mu} = q,$$

где v_B и v_A — скорости воздуха в сечениях B и A , T_B и T_A — соответствующие температуры, q — количество теплоты, передаваемое единице массы потока между сечениями A и B. Предполагается, что в сечении 1: $v_1 = u$, $p_1 = p_0$, $T_1 = T_0$. Цикл Брайтона, состоящий из двух адиабат и двух изобар (рис.), условно моделирует происходящие с порцией воздуха в двигателе процессы. Для адиабатического квазистатического процесса справедливо соотношение $pV^\gamma = \text{const}$.





1. Определите температуру $T_2(M)$ в сечении 2 как функцию числа Маха М.

   Пусть $q_0 = Ac_0^2$ — количество теплоты, передаваемое единице массы воздуха в камере сгорания, $A = 2{,}5$.

2. Найдите T_3(М).

3. Определите T_4(М).

4. Определите v_4(М).

5. Пусть S — площадь потока в сечении 1, получите формулу для мощности двигателя для числа Маха М = 1.

6. Определите КПД двигателя для числа Маха М = 1 (должно получиться число).

См. конец листка

Ответ к задаче 5

1) $T_2(\mathrm{M}) = T_0\left(\frac{\mathrm{M}^2}{5} + 1\right)$;

2) $T_3(\mathrm{M}) = T_0\left(\frac{\mathrm{M}^2}{5} + 2\right)$;

3) $T_4(\mathrm{M}) = T_0\frac{\mathrm{M}^2+10}{\mathrm{M}^2+5}$;

4) $v_4 = c_0\sqrt{\frac{\mathrm{M}^2+10}{\mathrm{M}^2+5}}$;

5) $N \approx 0{,}7p_0Sc_0$;

6) $\eta \approx \frac{2}{5}\cdot\frac{0{,}7p_0}{\rho_0 c_0^2} = 20\%$