

**Олимпиада по математике**  
**«Миссия выполнима. Твоё призвание — финансист!»**

**11 класс, 2023 год, вариант 1**

1. Салон сотовой связи продал 495 телефонов, базовая цена каждого из которых составляла 5000 руб. При этом каждый  $m$ -й продаваемый телефон был акционный и продавался со скидкой равной 500 руб. Покупатель каждого третьего акционного телефона получал, сверх того, и дополнительную скидку в размере 750 руб. Определите число  $m$ , если итоговая выручка салона от продажи телефонов составила 2 413 750 руб.

2. Решите уравнение  $\sin(\sin x) = \sin(1 + \cos x)$ .

3. Десятичная запись суммы  $3 + 33 + 333 + \dots + 33\dots 3$  оканчивается на 2023. Каким наименьшим может быть количество цифр в последнем слагаемом?

4. На поверхности куба  $ABCD A' B' C' D'$  построена замкнутая линия, каждая точка  $X$  которой обладает следующим свойством: длина кратчайшего пути по поверхности куба между точками  $X$  и  $A$  равна длине кратчайшего пути по поверхности куба между  $X$  и  $C'$ . Найдите длину этой линии, если длина ребра куба равна 1.

5. При каких значениях параметра  $a$  система уравнений

$$\begin{cases} \frac{1}{\log_x 5} - \frac{1}{\log_y 5} = 1, \\ y = ax^2 + x + 1. \end{cases}$$

не имеет решений?

6. В остроугольном неравностороннем треугольнике  $ABC$  проведены медианы  $AM$  и  $CN$ , а также высоты  $AP$  и  $CQ$ . Известно, что  $MP = NQ$  и что радиус окружности, касающейся стороны  $AC$  и продолжений сторон  $BA$  и  $BC$ , равен 1. Найдите периметр треугольника  $ABC$ .

7. Найдите наименьшее значение функции

$$f(x) = \sqrt{2x^2 + 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 18x + 45}.$$

8. На плоскости отмечено 8 различных точек, среди которых есть красные, синие и зеленые. Точек других цветов нет. Известно, что сумма всех попарных расстояний между красными и синими точками равна 12, между красными и зелеными равна 10, а между синими и зелеными равна 1. Каким может быть количество красных отмеченных точек?