

**Олимпиада по математике**  
**«Миссия выполнима. Твоё призвание — финансист!»**

**11 класс, 2022 год**

1. В фирме работало 150 сотрудников, в том числе 73 женщины. Затем произошло объединение с другой фирмой, где женщины составляли 40%. В результате доля женщин среди сотрудников стала равна  $p\%$ . Найдите все возможные целые значения  $p$ .
2. Через каждую пару противоположных рёбер куба проведена плоскость. На сколько частей эти плоскости разбивают куб?
3. Найдите значение дробей  $A = \frac{\sin(\alpha+\beta+\gamma)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma}$  и  $B = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \gamma}$ , если числа  $\alpha, \beta, \gamma$  таковы, что  $A = 3B$ .
4.  $A', B'$  и  $C'$  — проекции вершины  $S$  правильной треугольной пирамиды  $SABC$  на биссекторные плоскости двугранных углов при рёбрах  $BC, AC$  и  $AB$ . Найдите тангенс каждого из этих углов, если объём пирамиды  $SA'B'C'$  в 10 раз меньше объёма пирамиды  $SABC$ .
5. Последовательность  $(a_n)$  определена условиями  $a_1 = 0,01$  и  $(n+2)a_n = na_{n+1}$  для  $n = 1, 2, \dots, 99$ . Найдите сумму  $a_1 + a_2 + \dots + a_{100}$ .
6. На сторонах  $BC, CA$  и  $AB$  равнобедренного треугольника  $ABC$  выбраны точки  $L, M$  и  $N$  соответственно. Биссектриса угла  $ABC$  и серединный перпендикуляр к отрезку  $NL$  пересекаются в точке  $P$ . Известно, что  $\angle ABC = 135^\circ, AN = NM = ML = LC = 1$ . Найдите длину отрезка  $MP$ .
7. Число  $a > 0$  таково, что неравенства  $2 \leq a^n \leq 4$  выполняются ровно при пяти натуральных значениях  $n$ . При скольких натуральных значениях  $n$  могут выполняться неравенства  $4 \leq a^n \leq 8$ ?
8. В стране 20 городов, некоторые из которых соединены авиалиниями. Беспосадочный перелёт из А в Б назовём централизующим, если из Б можно в большее, чем из А, число городов долететь без пересадки. Какое наибольшее число городов может насчитывать авиамаршрут, все перелёты на котором централизующие?