

Олимпиада по математике
«Миссия выполнима. Твоё призвание — финансист!»

8–9 классы, 2018 год

1. Длины сторон AB , BC , CD и DA выпуклого четырехугольника $ABCD$ равны соответственно 5, 17, 5 и 9. Найдите длину диагонали DB , если известно, что она является целым числом.
2. Найдите знаменатель дроби $\frac{100!}{28^{20}}$ после ее сокращения до несократимой.
(Выражение $100!$ равно произведению первых 100 натуральных чисел: $100! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 100$.)
3. Последовательность $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ такова, что $a_{2n} = \frac{1}{a_{2n-1}}$, а $a_{2n+1} = 1 - a_{2n}$. Найдите a_1 , если $a_{2018} = 2$.
4. Турнир по стрельбе предполагает несколько серий по 10 выстрелов каждая. В одной серии Иван выбил 82 очка, в результате чего среднее количество очков, выбиваемых им за серию, увеличилось с 75 до 76 очков. Сколько очков должен выбить Иван в следующей серии выстрелов, чтобы среднее количество очков, выбитых за серию, стало равно 77?
5. Уравнение $x^2 + ax + b + 1 = 0$ имеет два различных ненулевых целочисленных корня. Докажите, что число $a^2 + b^2$ не является простым, если числа a и b целые.
6. По регламенту шахматного турнира каждый участник должен сыграть с каждым один раз. После того как было сыграно ровно 99 партий, оказалось, что множество участников турнира можно разбить на две неравные по численности группы так, что все соперники, относящиеся к одной и той же группе, уже сыграли партии между собой. При этом были сыграны, но не более четырех, партии между соперниками, которые относятся к разным группам. Каково наибольшее возможное число участников этого шахматного турнира?
7. В компании работает 168 человек. Среди любых четырех человек можно выбрать хотя бы одного, знакомого с остальными тремя. Каково минимальное возможное количество людей, которые знакомы со всеми?
8. Вова играл старыми костяшками от домино, на которых стерлись все точки, так что они стали не отличимыми. Каждая костяшка представляет собой прямоугольник 2×1 , а их число равно 24. Вова решил каждый день по-новому раскладывать костяшки в виде дорожки 2×12 , так чтобы рисунок раскладки никогда не повторялся. Сколько дней Вова сможет так раскладывать костяшки, пока все возможные раскладки не будут исчерпаны, если в день он делает одну раскладку?