

Олимпиада по математике «Миссия выполнима. Твоё призвание — финансист!»

11 класс, 2017 год

1. Сколько существует натуральных чисел n таких, что уравнение $nx - 12 = 3n$ имеет целочисленное решение?
2. Ниже нарисован магический квадрат, в котором некоторые числа отсутствуют.

20		
	17	
16		

Восстановите данный магический квадрат.

(В магическом квадрате суммы чисел, стоящих в каждой строке, в каждом столбце и на диагоналях, равны.)

3. Среднее арифметическое десяти различных натуральных чисел равно 20, а среднее арифметическое любых девяти из этих чисел не меньше 17. Найдите максимально возможное значение наибольшего из этих чисел.
4. Числовая последовательность такова, что $x_n = \frac{n+2}{nx_{n-1}}$ для всех $n \geq 2$. Найдите произведение $x_1 x_2 x_3 \dots x_{2016} x_{2017}$, если $x_1 = 1$.
5. Когда Сергей пошел в кафе поужинать, в его кошельке были только банкноты в 1000 рублей. Он решил оставить официанту чаевые строго в размере от 5% до 15% от размера чека. Когда он получил чек, то понял, что не может осуществить задуманное, не получив сдачи. Найдите сумму наибольшего чека в рублях без учета копеек, который Сергей не может оплатить с учетом чаевых, используя только банкноты в 1000 рублей.
6. Функция $f(x)$ такова, что $f(f(x)) = x$ и $f(f(x+2)+2) = x$ для любого x . Найдите $f(2017)$, если $f(0) = 1$.
7. Дан правильный треугольник ABC со стороной 2. Точка K лежит на продолжении стороны AC за точку A , точка N лежит на прямой, параллельной прямой AC и проходящей через точку B , причем $|AK| = 2$, $|BN| = 1$. Рассматриваются такие ломаные $KLMN$, что точка L лежит на стороне AB , точка M лежит на стороне BC , а отрезок LM параллелен стороне AC . Найдите наименьшее возможное значение суммы $|KL| + |MN|$, если $|AN| > |CN|$.
8. Два игрока по очереди выкладывают монеты в ряд. За один ход можно положить две или три монеты. Выигрывает тот, кто выложит 16 монету. Определите, какой игрок (первый или второй) обладает стратегией, которая позволит ему выиграть вне зависимости от ходов другого игрока. Опишите эту стратегию.