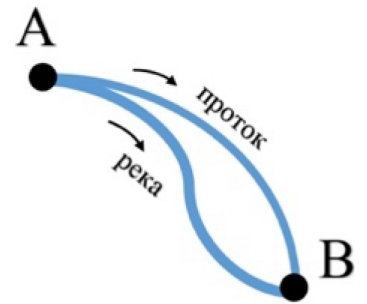


# Межведомственная олимпиада по математике

9 класс, 2020 год

1. Расстояния от пункта А до пункта В по реке и по протоку одинаковы и равны 1 км. Скорость течения в протоке равна  $V$  км/ч, а в реке  $(2V + 1)$  км/ч. Течение и в реке, и в протоке направлено от А к В. Если к разности времен движения катера по протоку из В в А и обратно по протоку прибавить время движения плота по реке из А в В, то получится ровно 1 час. На сколько километров в час скорость катера больше скорости течения в протоке? Значение  $V$  не дано. В ответе должно получиться число.



5/100 1

2. Восемь чисел  $a_1, a_2, a_3, a_4$  и  $b_1, b_2, b_3, b_4$  удовлетворяют соотношениям

$$\begin{cases} a_1b_1 + a_2b_3 = 1, \\ a_1b_2 + a_2b_4 = 0, \\ a_3b_1 + a_4b_3 = 0, \\ a_3b_2 + a_4b_4 = 1. \end{cases}$$

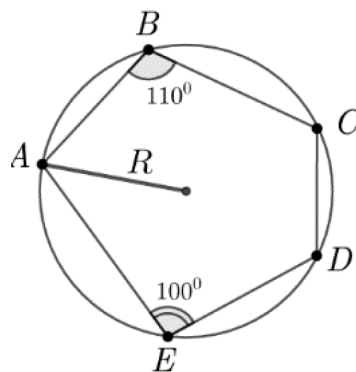
Известно, что  $a_2b_3 = 7$ . Найдите  $a_4b_4$ .

9- = 7q7v

3. Решите уравнение  $2^x + 2^y = 6^t$  в целых числах.

(h ≥ x иивогсλ иди (2,5,2), (1,2,1), (0,1-1-(-

4. Пятиугольник  $ABCDE$  вписан в окружность радиуса  $R$ . Известно, что  $\angle B = 110^\circ$ ,  $\angle E = 100^\circ$ . Найдите сторону  $CD$ .



CD = R

5. Пусть  $O$  — точка пересечения медиан треугольника  $ABC$ . Найдите длину медианы, проведенной из вершины  $A$ , если  $\angle BAC = 35^\circ$ ,  $\angle BOC = 145^\circ$ ,  $BC = a$ .

$$\frac{z}{\varepsilon^{\wedge} b}$$

6. Найдите площадь треугольника  $ABC$ , вершины которого имеют координаты

$$A(0, 0), \quad B(1424233, 2848467), \quad C(1424234, 2848469).$$

Ответ округлите до сотых.

$$0\text{e}^0$$

7. Рассмотрим всевозможные 100-значные натуральные числа, в десятичной записи которых встречаются только цифры 1, 2. Сколько среди них делятся на 3 нацело?

$$\frac{\varepsilon}{z+0\text{e}^b}$$

8. На декартовой плоскости рассмотрим окружность радиуса  $R$  с центром в начале координат. Укажите хотя бы одно значение  $R$ , при котором на такой окружности лежат ровно 32 целочисленные точки (точку называют целочисленной, если ее абсцисса и ордината — целые числа).

**Указание.** Натуральное число  $x$  представимо в виде суммы квадратов двух целых чисел тогда и только тогда, когда все простые числа (кроме 2), входящие в разложение числа  $x$  в нечетной степени, имеют вид  $4k + 1$  для некоторых целых  $k$ . В частности, в виде суммы двух квадратов представимо любое простое число, дающее остаток 1 при делении на 4. Если каждое из чисел  $a$  и  $b$  представимо в виде суммы двух квадратов, то это же верно и для их произведения.

$$\text{Например, } \sqrt{1105}$$