

Межведомственная олимпиада по математике

9 класс, 2016 год

1. Лыжник спускается с вершины горы к её подножию за 10 минут, а сноубордист — за 5 минут. Спустившись, они тут же поднимаются вверх на подъёмнике, а затем сразу же спускаются вновь. В 12:00 они одновременно начали спуск с вершины. Впервые они встретились у подножия в 14:10. Определите время подъёма от подножия до вершины.

20 минут

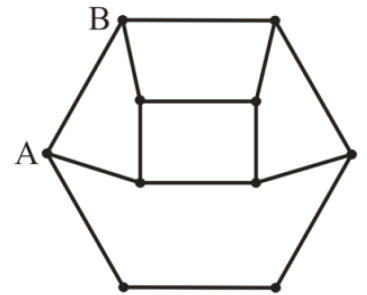
2. Решите уравнение $(x^2 + 3x - 16)(x^2 + 7x - 6) = 41$.

$$\frac{-5 \pm \sqrt{77+4\sqrt{114}}}{2}, \frac{-5 \pm \sqrt{77-4\sqrt{114}}}{2}$$

3. Найдите натуральное число n , ближайшее к 1022, сумма всех делителей которого (включая 1 и само это число) равна $2n - 1$.

1024

4. В пунктах А и В находится по автомобилю. Каждую минуту эти два автомобиля одновременно переезжают в какой-либо соседний пункт (пункты, соединённые отрезками, называют соседними). Докажите, что автомобили никогда не окажутся одновременно в одном пункте.



5. Найдите наименьшее отличное от полного квадрата натуральное число N такое, что десятичная запись числа \sqrt{N} имеет вид:

$$A,00a_1a_2\dots a_n\dots,$$

где A — целая часть числа \sqrt{N} ; $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ — цифры от 0 до 9.

1022

6. Запишем подряд все натуральные числа, кратные девяти:

$$9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99, 108, \dots$$

У каждого из этих чисел подсчитаем сумму цифр. В результате, получим последовательность:

$$9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 18, 9, \dots$$

Найдите сумму первых 400 членов этой последовательности.

5814

7. В окружность вписан равносторонний треугольник ABC , M — середина стороны AB , N — середина стороны BC . Докажите, что для любой точки K , лежащей на окружности, величина угла MKN не превосходит 60° .

8. Найдите три каких-нибудь натуральных числа a , b , c , удовлетворяющих равенству

$$a^3 + b^{2016} = c^5.$$

Например, $a = 2^{688}$, $b = 2^4$, $c = 2^{1613}$
--