Олимпиада «Ломоносов» по математике

9 класс, 2020 год

1. Вычислите

$$\sqrt{1+2\sqrt{1+3\sqrt{1+\ldots+2017\sqrt{1+2018\cdot 2020}}}}.$$

$\boxed{3}$

2. Сколькими способами можно прочитать слово «РОТОР», двигаясь по буквам рисунка, если возвращаться по пути к пройденным буквам нельзя, а прочтения, отличающиеся только направлением, считаются одинаковыми?

Р О Т О Р
О Т О Р
Т О Р
О Р
Р

$\boxed{25}$

3. В трапеции $ABCD$ диагональ AC равна 1 и является одновременно её высотой. Из точек A и C к сторонам CD и AB соответственно проведены перпендикулярны AE и CF. Найдите AD, если $AD = CF$ и $BC = CE$.

$\boxed{\sqrt{\sqrt{2}-1}}$

4. На графике функции $y = x + \frac{1}{x}$, где $x > 0$, найдите точку, ближайшую к началу координат.

$\boxed{\left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}}; \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt[4]{2}}\right)}$

5. Вовочка складывает числа в столбик следующим образом: он не запоминает десятки, а под каждой парой цифр в одинаковых разрядах пишет их сумму, даже если она двузначна. Например, для суммы $248+208$ он получил бы значение 4416. Найдите наименьшую возможную разность между ответом Вовочки и верным ответом.

$\boxed{1800}$

6. Найдите разложение на простые множители наименьшего натурального числа, имеющего ровно 2020 различных натуральных делителей.

$\boxed{2^{100}\cdot 3^4\cdot 5\cdot 7}$

7. На биссектрисе угла BAC треугольника ABC отмечена точка M, а на продолжении стороны AB за точку A — точка N так, что $AC = AM = 1$ и $\angle ANM = \angle CNM$. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника CNM.

$\boxed{1}$

8. Имеется круглый вращающийся стол с 16 секторами, на которых по кругу написаны числа 0, 1, 2, ..., 7, 8, 7, 6, ..., 2, 1. За столом сидят 16 игроев, занумерованных по порядку. После каждого вращения стола каждый игрок получает столько очков, сколько написано на секторе, за которым он оказался после остановки стола. Оказалось, что после 13 вращений стола игрок номер 5 набрал в сумме 72 очка, а игрок номер 9 набрал в сумме 84 очка. Сколько очков набрал игрок номер 1?

$\boxed{20}$