Олимпиада «Ломоносов» по математике

7–8 классы, 2020 год

1. Найдите все решения числового ребуса $\mathtt{АБ} = \mathtt{Б}^{\mathtt{В}}$ (разным буквам соответствуют разные цифры; в левой части стоит двузначное число, а не произведение цифр А и Б).

$32 = 2^5$, $36 = 6^2$, $64 = 4^3$

2. Сколькими способами можно прочитать слово «РОТОР», двигаясь по буквам рисунка, если возвращаться по пути к пройденным буквам нельзя, а прочтения, отличающиеся только направлением, считаются одинаковыми?

Р О Т О Р
О Т О Р
Т О Р
О Р
Р

25

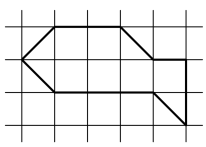
3. В трёх колбах находится концентрированная кислота: в первой 10 г, во второй 20 г, в третьей 30 г. Имеется также четвёртая колба с водой. Если некоторое количество воды из четвёртой колбы добавить в первую колбу, а остальную воду вылить во вторую колбу, то в первой колбе концентрация кислоты будет составлять 5%, а во второй — $23\frac{1}{3}$%. Какова будет концентрация кислоты в третьей колбе, если вылить в неё всю воду из четвёртой колбы?

10,5%

4. Найдите все a, при которых уравнение $a^2(x-2) + a(39-20x) + 20 = 0$ имеет хотя бы два различных корня.

20

5. На клетчатой бумаге изображена фигура (см. рис.). Можно ли разрезать её на 5 треугольников и сложить из них квадрат? Если да, покажите, как это сделать, если нет — докажите, что нельзя.



да

6. На биссектрисе угла BAC треугольника ABC отмечена точка M, а на продолжении стороны AB за точку A — точка N так, что $AC = AM = 1$ и $\angle ANM = \angle CNM$. Найдите длину отрезка AN.

1

7. Имеется круглый вращающийся стол с 16 секторами, на которых по кругу написаны числа 0, 1, 2, ..., 7, 8, 7, 6, ..., 2, 1. За столом сидят 16 игроев, занумерованных по порядку. После каждого вращения стола каждый игрок получает столько очков, сколько написано на секторе, за которым он оказался после остановки стола. Оказалось, что после 13 вращений стола игрок номер 5 набрал в сумме 72 очка, а игрок номер 9 набрал в сумме 84 очка. Сколько очков набрал игрок номер 1?

20