

## Олимпиада «Ломоносов» по математике

7–8 классы, 2019 год

1. У Миши есть набор из девяти карточек с буквами слова «ЛОМОНОСОВ». На оборотной стороне каждой карточки Миша написал по цифре так, что на карточках с одинаковыми буквами цифры одинаковы, а на карточках с разными буквами — различны. При этом оказалось верным равенство

$$Л + \frac{О}{М} + О + Н + \frac{О}{С} = ОВ,$$

в котором обе входящие в него дроби являются правильными. Какие цифры мог написать Миша на карточках? Найдите все решения.

2. Убедитесь, что  $1009 = 15^2 + 28^2$ , и представьте число 2018 в виде суммы двух квадратов натуральных чисел.

3. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $C$  проведены биссектриса  $BD$  и высота  $CH$ . Из вершины  $C$  на биссектрису  $BD$  опущен перпендикуляр  $CK$ . Найдите угол  $HCK$ , если  $BK : KD = 3 : 1$ .

00E

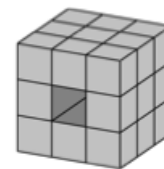
4. Стрелочные часы показывают ровно час. Комар и муха сидят на одинаковом расстоянии от центра на часовой и минутной стрелках соответственно. Когда стрелки совпадают, насекомые меняются местами. Во сколько раз расстояние, которое за полсуток преодолел комар, больше расстояния, которое преодолела за это же время муха?

$\frac{87}{88}$

5. Каждую клетку таблицы  $3 \times 3$  раскрашивают в один из трёх цветов так, что клетки, имеющие общую сторону, имеют разный цвет. Среди всех возможных таких раскрасок найдите долю тех, в которых использовано ровно два цвета.

$\frac{17}{1}$

6. Из 24 одинаковых деревянных кубиков склеили «трубу» — куб  $3 \times 3 \times 3$  с убранный «сердцевиной» из трёх кубиков (см. рисунок). Можно ли в каждом квадратике на поверхности «трубы» провести диагональ так, чтобы получился замкнутый путь, который ни через одну вершину не проходит дважды?



7. На столе лежат карточки с числами от 1 до 8: одна карточка с числом 1, две с числом 2, три с числом 3, и т. д. Петя и Вася поочерёдно берут по одной карточке и складывают в одну колоду (начинает Петя). После очередного хода Васи Петя может сказать «стоп», и тогда все невыбранные карточки убираются со стола, а далее Вася и Петя поочерёдно выбирают любые карточки из получившейся колоды (начинает Вася) и выкладывают их на стол слева направо. Если после того, как на стол будет выложена последняя карточка, получившееся число будет являться разностью квадратов каких-то целых чисел, побеждает Вася, иначе побеждает Петя. Может ли кто-то из игроков действовать так, чтобы обеспечить себе выигрыш независимо от действий другого?