

## Олимпиада «Курчатов» по математике

9 класс, 2024 год

1. Найдите все натуральные числа  $n$  такие, что число  $n^2$  делится на число  $[\sqrt{n}]^3$ . (Здесь  $[x]$  обозначает целую часть от  $x$ .)

2, 3, 8, 24 и все точные квадраты

2. Решите систему уравнений в вещественных числах:

$$\begin{cases} ab + c + d = 1, \\ bc + d + a = 5, \\ cd + a + b = 2, \\ da + b + c = 6. \end{cases}$$

$$x = p, \frac{p}{1} = c, 1 - c = q, \frac{q}{6} = v$$

3. Последовательность чисел  $a_n$  определяется условиями

$$a_1 = 20, \quad a_2 = 50, \quad a_{n+1} = a_{n-1} - \frac{3}{a_n}.$$

Найдите номер первого отрицательного члена этой последовательности.

$$933 = n$$

4. В узлах квадратной сетки лежат камешки (камешков конечное количество, в одном узле может быть несколько камешков). Разрешается делать следующий ход: выбрать два камешка, переложить один из них в другой узел сетки, а другой переместить на то же расстояние в противоположном направлении. Всегда ли можно за несколько ходов добиться того, чтобы все камешки лежали на одной прямой?

Да, всегда

5. Прямоугольник со сторонами 8 и 9 разделили на две части: треугольник и четырёхугольник. Чему равна наибольшая сумма радиусов двух кругов, которые можно поместить в каждую из этих частей?

5