

Олимпиада «Курчатов» по математике

8 класс, 2024 год

1. Найдите все трёхзначные числа N , кратные 11, такие, что число $\frac{N}{11}$ равно сумме квадратов цифр числа N .

808 или 099

2. Каждую клетку квадрата 10×10 покрасили в красный, жёлтый или зелёный цвет. Назовём светофором группу из трёх клеток, расположенных подряд по вертикали или горизонтали, в которой цвета чередуются

«красный-жёлтый-зелёный» или «зелёный-жёлтый-красный».

Какое наибольшее количество светофоров могло получиться?

08

3. На острове живут рыжие и блондины. Рыжие всегда лгут, а блондины всегда говорят правду. За круглый стол сели 25 жителей острова. 23 из них сказали:

«Цвет волос у моих соседей одинаковый»,

а оставшиеся двое сказали:

«За этим столом сидит хотя бы 13 рыжих».

Сколько блондинов могло сидеть за столом?

11 или 6

4. Пусть

$$f(x) = x^2 + \sqrt{19}x + 1 \quad \text{и} \quad g(x) = x^2 + \sqrt{17}x + 1.$$

Обозначим через a и b корни многочлена f , а через c и d — корни многочлена g . Вычислите $(a - c)(b - c)(a + d)(b + d)$.

7-

5. В четырёхугольнике $ABCD$ углы BAC , DAC и BCD равны 45° . На прямые BC и CD опустили перпендикуляры AE и AK .

1. Докажите, что прямые EK и BD параллельны.

2. Найдите EK , если $AB = 3$, $AD = 4$.

