

## Олимпиада «Курчатов» по математике

6 класс, 2021 год

1. У Пети есть таблица  $3 \times 3$ . Он ставит в её клетки фишки по следующим правилам:

- в каждую клетку можно поставить не более одной фишки;
- в пустую клетку можно поставить фишку, если в соответствующих строке и столбце уже суммарно стоит чётное число фишек (0 является чётным числом).

Какое наибольшее количество фишек может поставить Петя?

2. В двузначном числе каждую цифру увеличили на 2 или на 4 (разные цифры могли быть увеличены на разные числа), в результате чего оно увеличилось в четыре раза. Каким могло быть исходное число? Найдите все возможные варианты и докажите, что нет других.

3. У мудреца есть 11 внешне одинаковых алмазов: 10 обычных и 1 волшебный. Мудрец знает, что все обычные алмазы весят одинаково, а волшебный отличается от них по весу. Также у мудреца есть чашечные весы, на которых можно сравнить вес двух кучек алмазов.

Как за два взвешивания мудрецу определить, тяжелее или легче волшебный алмаз по сравнению с обычным? Определять, какой именно алмаз является волшебным, не требуется.

4. На доске написано выражение

$$7 * 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1.$$

Маша вместо звёздочек расставляет знаки «+» и «-». За один ход Ваня может поменять два подряд идущих знака на противоположные. Ваня хочет, чтобы спустя несколько его ходов получилось выражение, значение которого делится на 7. Может ли Маша расставить знаки так, чтобы Ваня не мог добиться желаемого?

5. На доске выписаны числа от 1 до 2021. Денис хочет выбрать среди них 1011 так, чтобы сумма любых двух не равнялась 2021 или 2022. Сколько существует способов это сделать?