

Олимпиада «Курчатов» по математике

9 класс, 2019 год

1. Рыбак Вася поймал несколько рыб. Три самые большие рыбины, составляющие 35% веса всего улова, он положил в холодильник. Три самые маленькие, составляющие $\frac{5}{13}$ веса всех оставшихся, рыбак отдал коту. Всю остальную пойманную рыбу Вася съел сам. Сколько рыб поймал Вася?

01

2. На вечеринке собралось 24 человека. Гость считается интровертом, если у него не более трех знакомых среди остальных гостей. Оказалось, что у каждого гостя не менее трех знакомых-интровертов. Какое количество интровертов могло быть на вечеринке? Приведите все ответы и докажите, что других нет.

24

3. Окружность ω с центром в точке I вписана в выпуклый четырехугольник $ABCD$ и касается стороны AB в точке M , и стороны CD — в точке N , при этом $\angle BAD + \angle ADC < 180^\circ$. На прямой MN выбрана точка $K \neq M$ такая, что $AK = AM$. В каком отношении прямая DI может делить отрезок KN ? Приведите все возможные ответы и докажите, что других нет.

1 : 1

4. Известно, что число 400000001 является произведением двух простых чисел p и q . Найдите сумму натуральных делителей числа $p + q - 1$.

45864

5. Положительные числа a , b и c таковы, что выполнены равенства

$$a^2 + ab + b^2 = 1, \quad b^2 + bc + c^2 = 3, \quad c^2 + ca + a^2 = 4.$$

Найдите $a + b + c$.

√