

Олимпиада КФУ по математике

10 класс, 2023 год

1. Классная руководительница подсчитала долю девочек в своем классе. Округлив до целого числа процентов, она получила результат 51%. Докажите, что в классе нечетное число учеников. Каково наименьшее возможное число учеников в классе?

2. Назовем год интересным, если человеку в этом году исполняется столько лет, какова сумма цифр года его рождения. Некий год оказался интересным для Ивана, родившегося в 20 веке и для Вовочки, который родился в 21 веке. Какова разница их возрастов?

Примечание. Для удобства считаем, что они родились в один день, все вычисления производятся в целых годах.

3. Найдите все решения уравнения $x^2 - [x] = 1$. Здесь $[x]$ — целая часть x , то есть наибольшее целое, не превосходящее данное число. Например, $[2,9] = 2$, $[-2,9] = -3$

4. Дан треугольник ABC со сторонами $AB = 5$; $BC = 8$. Биссектриса угла B пересекает описанную вокруг треугольника окружность в точке D . а) Известно, что площадь треугольника ABD равна 10. Найти площадь треугольника BCD . б) Может ли оказаться, что S_{ABD} равна 100?

5. На карточках написаны числа от 1 до 100. Людке нужно выбрать 4 карточки так, чтобы сумма чисел на них была равна 50. а) Вовочка потерял какие-то 11 карточек. Может ли Людка быть уверена, что сможет выполнить задание? б) Тот же вопрос, если Вовочка потерял 10 карточек.