

Олимпиада КФУ по математике

6 класс, 2022 год

1. Расставьте по кругу цифры от 1 до 9, каждую по одному разу, так, чтобы каждое двузначное число, составленное из двух идущих подряд по часовой стрелке цифр, делилось на 3 или 4.
2. Водитель поехал по шоссе из Казани в Нижний Новгород с постоянной скоростью. К сожалению, на некоторых частях пути дорога ремонтировалась, и на таких участках ему приходилось снижать скорость на четверть. Поэтому в тот момент, когда он должен был бы приехать в Нижний Новгород, он проехал лишь $6/7$ пути. Какую часть времени водитель ехал по ремонтируемым участкам, если на оставшемся пути ремонтируемых участков не было? Обоснуйте свой ответ.
3. В клетках таблицы 4×4 расставлены натуральные числа от 1 до 16 (в каждой клетке — по одному числу). В каждом квадратике 2×2 , состоящем из четырёх клеток этой таблицы, отметили наибольшее из чисел, стоящих в них. Какое наибольшее и какое наименьшее количество чисел могло быть отмечено? Обоснуйте свой ответ.
4. Андрей спрятал монету под одну из восьми положенных в ряд шапок и предложил Тане узнать, под какой шапкой она лежит. Таня может делать следующее действие: она показывает на одну из шапок, а Андрей поднимает ее, и, если монеты под ней нет, то говорит, слева или справа от указанной Таней шапки находится монета. При этом Андрей говорит правду и ложь по очереди, но не известно с чего именно начинается. Сможет ли Таня найти монету за три действия? Обоснуйте свой ответ.
5. Клетки квадрата 4×4 раскрашены в три цвета. Назовем пару клеток *удачной*, если они не имеют общих точек границы (ни по сторонам, ни по углам) и покрашены в одинаковый цвет. Докажите, что можно выбрать восемь клеток, которые разбиваются на четыре удачные пары.