

Олимпиада КФУ по математике

11 класс, 2021 год

1. Даны три целых числа. Из первого числа вычли сумму цифр второго числа, из второго вычли сумму цифр третьего, а из третьего вычли сумму цифр первого числа. Могут ли эти разности равняться соответственно

а) 2, 3, 4?

б) 3, 4, 5?

2. Существует ли такая непостоянная функция $f(x)$, заданная на всей числовой оси, что при всех действительных x выполняется равенство

а) $f(\sin x) + f(\cos x) = 1$?

б) $f(\sin x) - f(\cos x) = 1$?

3. Натуральное число n назовём *удачным*, если его можно единственным образом разбить в сумму 10 различных натуральных чисел (порядок слагаемых не важен). Найдите все удачные числа.

4. В угол с вершиной A вписана окружность, касающаяся сторон угла в точках B и C . Прямая, проходящая через A , пересекает окружность в точках D и E . Хорда BX параллельна прямой DE . В каком отношении прямая XC делит хорду DE ?