Олимпиада КФУ по физике

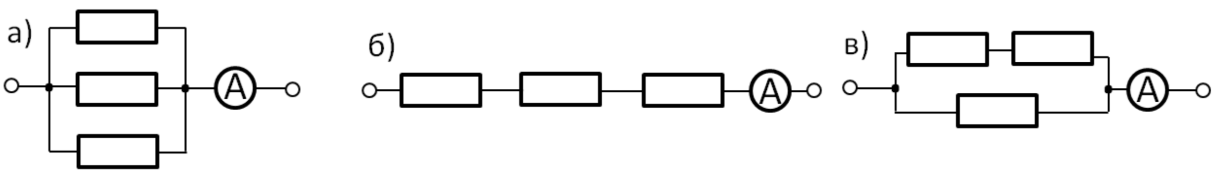
11 класс, 2020 год

1. Космический корабль вращается по круговой орбите вокруг Солнца на том же расстоянии $R_З = 1{,}5 \cdot 10^8$ км, что и Земля. Он переходит на другую круговую орбиту вокруг Солнца, радиус которой соответствует радиусу орбиты Марса $R_М = 2{,}3 \cdot 10^8$ км (в данной задаче мы для простоты пренебрегаем эксцентриситетом орбит Земли и Марса). Совершая этот маневр, он кратковременно включает двигатели дважды: на расстоянии от Солнца $R_З = 1{,}5 \cdot 10^8$ км и $R_М = 2{,}3 \cdot 10^8$ км, при этом направление тяги выбирается по касательной к соответствующей круговой орбите. Найдите модули изменения скорости корабля за время первого и второго интервала работы двигателей. Изобразите примерную траекторию движения корабля. При решении задачи следует пренебречь изменением массы корабля в процессе работы двигателя и гравитацией всех тел, кроме Солнца. Масса Солнца $M_С = 2{,}10^{30}$ кг, гравитационная постоянная $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н · м/кг. Ответ приведите в символьном и численном виде.

Указание. Можно воспользоваться законом сохранения момента импульса: момент импульса $\vec{L} = \sum_l [\vec{r}_l, \vec{p}_l]$ относительно любой неподвижной точки для замкнутой системы тел сохраняется. Здесь $\vec{p}_l$ — импульс частицы, $\vec{r}_l$ — радиус-вектор, проведенный из выбранной неподвижной точки.

$$u_1 - v_1 = \sqrt{\frac{GM_С}{R_З}}\left(\sqrt{\frac{2R_М}{R_З+R_М}} - 1\right) = 3 \cdot 10^3 \text{ м/с}; \quad u_2 - v_2 = \sqrt{\frac{GM_С}{R_М}}\left(1 - \sqrt{\frac{2R_З}{R_З+R_М}}\right) = 2{,}7 \cdot 10^3 \text{ м/с}$$

2. При подключении трех параллельно соединенных резисторов к идеальному источнику напряжения идеальный амперметр показывает $I_2 = 8$ А (а). При последовательном подключении тех же резисторов в тех же условиях $I_1 = 1$ А (б). Какой ток будет показывать амперметр в цепи на рис. (в), если в ней содержатся те же резисторы и источник. Все токи указаны в установившемся режиме, зависимость сопротивления резисторов от температуры считать линейной, термодинамические свойства внешней среды во всех случаях идентичны.



$I \approx 4{,}135$ А

3. Непроводящий шар содержит 2 слоя: внутренний — шар, имеет радиус R и равномерно заряжен по объему и имеет заряд Q; внешний — сферический слой равномерно заряжен с той же по модулю, но противоположной по знаку объемной плотностью заряда. Внешний радиус подобран таким образом, что полный заряд системы равен нулю. В шаре просверлен тонкий прямой канал, проходящий через центр шара. В канал влетает частица со скоростью v_0, массой m и зарядом q. Частица, двигаясь по каналу без трения, пролетает шар насквозь. Определите максимальную и минимальную скорость частицы.

Указание. Можно воспользоваться (без доказательства) следующим следствием из теоремы Гаусса: Электрическое поле сферически симметричного распределения зарядов в точке, отстоящей от центра симметрии на r, определяется только суммарным зарядом, расположенным внутри концентрической сферы радиуса r.

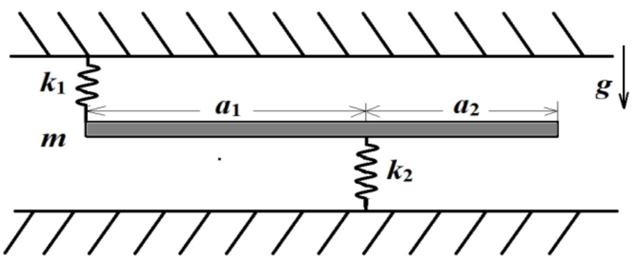
при $Qq > 0$: $v_{\max} = v_0$, $v_{\min} = \sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{mv_0^2}{2} - \frac{3kQq}{R}\left(1 - \frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)\right)}$; при $Qq < 0$: $v_{\min} = v_0$, $v_{\max} = \sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{mv_0^2}{2} - \frac{3kQq}{R}\left(1 - \frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)\right)}$

4. Холодное газовое облако очень большого размера и массы M, состоящее из молекулярного водорода, сжимается в молодую звезду радиуса R. Оцените среднюю температуру звезды до начала термоядерного синтеза (не учитывайте выделение энергии, связанное с ним). Проведите оценку для массы и радиуса Солнца $R_{\text{С}} = 6{,}95 \cdot 10^8$ м; $M_{\text{С}} = 2 \cdot 10^{30}$ кг. Какой радиус должен иметь объект с массой Юпитера $M_{\text{Ю}} = 1{,}9 \cdot 10^{27}$ кг, чтобы набрать температуру, полученную Вами ранее для параметров Солнца? Гравитационная постоянная $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н $\cdot$ м/кг, 1 а.е.м $= 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг, $k_{\text{Б}} = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

Указание. Гравитационная энергия однородного шара вычисляется по формуле $E_g = -\frac{3GM^\gamma}{5R^\beta}$, γ и β восстановите из соображений размерности.

$R = \frac{2}{5}\frac{GM_{\text{С}}M_{\text{H}}}{k_{\text{Б}}TN_A} = 6{,}6 \cdot 10^5$ м

5. Прямой однородный брусок, находящийся внутри ящика, прикрепили к пружинам жесткостью k_1 и k_2 ($k_1 < k_2$) как показано на рисунке и так, что в состоянии свободного падения ящика пружины не напряжены и брусок расположен строго параллельно стенкам ящика. Расстояние между креплениями пружин к бруску равно a_1 и длина свободного конца бруска равна a_2, как показано на рисунке. Найти соотношение длин a_1 и a_2 при заданных k_1 и k_2, чтобы при нахождении системы в покое брусок массы m оставался по-прежнему строго параллельно стенкам ящика в поле силы тяжести g.



$\frac{a_1}{a_2} = \frac{k_2+k_1}{k_2-k_1}$