

Олимпиада КФУ по математике

9 класс, 2020 год

1. График функции $y = ax^2 + bx + c$ пересекает оси координат в трех различных точках. Докажите, что треугольник с вершинами в этих точках является прямоугольным тогда и только тогда, когда $ac = -1$.
2. Найдите две последние цифры перед запятой (цифры единиц и десятков) в десятичной записи числа $\frac{10^{120}}{10^5+1}$.
3. Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрана точка P так, что $PC = BC$. Точка E — середина отрезка AP , а точка F — середина отрезка CD . Докажите, что прямые BP и EF перпендикулярны.
4. Дан квадрат 7×7 (сторона клетки равна 1). *Клетчатой фигуркой* назовем многоугольник, составленный из клеток.
 - а) Можно ли его разбить на 12 клетчатых фигурок, периметры которых одинаковы?
 - б) Можно ли его разбить на 13 клетчатых фигурок, периметры которых одинаковы?